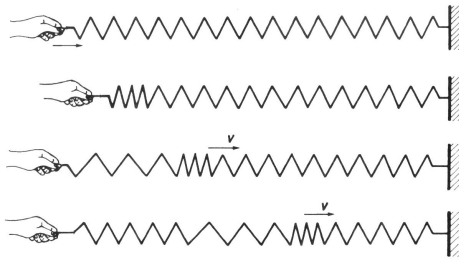


LONGITUDINALNI valovi



b) Longitudinalni val na opruzi

VALOVI ZVUKA su mehanička titranja čestica koje se širi kroz čvrsta tijela, tekućine i plinove. Kroz vakuum se ne mogu širiti jer nema materijala! Zvuk se ne širi zrakopraznim prostorom.

Kada nema zvučnog vala tlak je p_0 i gustoća ρ_0 . Kad val prolazi čestice titraju oko položaja ravnoteže i nastaju zgušćaji i razređaji plina.

Čestica na mjestu x ima elongaciju s_1 i tlak p_1 ;

na $x + \Delta x$ je $s_2 = s + \Delta s$ $p_2 = p_1 + \Delta p$. Na element volumena ΔV djeluje sila:

$$F_1 = p_1 S \quad i \quad F_2 = (p_1 + \Delta p) S \dots \quad F = F_1 - F_2 = -S \Delta p$$

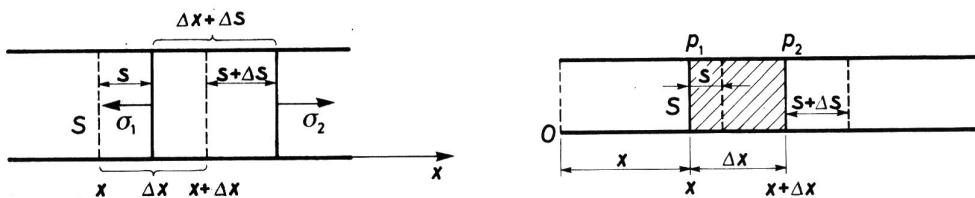
ili naprezanje $\sigma_1 = F_1 / S$ (Kao na slici!)

Iz 2. Newt-onovog zakona : $F = m a$ ako pređemo na gustoću ρ , $\rho = m/V$

$$-S \Delta p = \rho S \Delta x \partial^2 s / \partial t^2,$$

gdje je: $S \Delta x = \Delta V$, za $\Delta x \rightarrow 0$

Gradijent tlaka koji nastaje zbog prolaza zvučnog vala : $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$



Slično kao Hookov zakon za kruta tijela ($\sigma = E \Delta l / l$, gdje je E Youngov modul elastičnosti, vidite dodatak 1) te imamo za fluide (B je volumni modul elastičnosti):

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} = -B \frac{S(s + \Delta s - s)}{S \Delta x} = -B \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

ili za $\Delta x \rightarrow 0$

$$\Delta p = -B \frac{\partial s}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -B \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

Iz 2. Newton-ovog zakona: $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{\rho}{B} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0 \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$B=1/K$, K je koeficijent kompresibilnosti fluida. Gornja jednačba je valna jednačba longitudinalnih valova zvuka koji se šire brzinom v . Rješenje ove jednačbe je:

$$s(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

Elongacija čestica plina u vremenu u određenoj točki prostora je:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad \text{Deriviranjem } s(x, t) \text{ dva puta po } t \text{ i uvrštavanjem u ovu jednačbu}$$

dobivamo za promjenu tlaka zraka povezanu s mehaničkim titranjem čestica materijala (vidite **dodatak 2** s cijelim izvodom!):

$$\Delta p = \Delta p_{\text{maks}} \cos(\omega t - kx) \quad k = 2\pi/\lambda \quad \Delta p = p - p_0$$

gdje je:

$$\Delta p_{\text{maks}} = \rho v \omega A$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -B \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\rho}{B} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Za adijabatske promjene moguće je B , volumni modul elastičnosti plina, nadomjestiti sa produktom adijabatskog koeficijenta i tlaka κp .

$$dp = \omega^2 \rho A \sin(\omega t - kx) dx$$

$$p V^\kappa = \text{konst.}$$

$$\Delta p = \Delta p_{\text{maks}} \cos(\omega t - kx)$$

$$p = \text{konst. } \rho^\kappa$$

$$B = -\frac{1}{V} \frac{dp}{dV} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\rho} = \kappa p \quad v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Upotrebom plinske jednadžbe $pV = \frac{m}{M}RT$, odnosno $p = \frac{\rho}{M}RT$, dobivamo ovisnost brzine zvuka o temperaturi i vrsti plina:

$$v = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}} \quad (2.105)$$

gdje je $R = 8,314 \text{ J/mol K}$ (plinska konstanta), T apsolutna temperatura (u kelvinima), a M molna masa plina (kg/mol).

$$v = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

transverzalni valovi na žici

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

longitudinalni valovi u čvrstom tijelu

$$v = \sqrt{\frac{1}{\rho K}}$$

longitudinalni valovi u tekućini

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}}$$

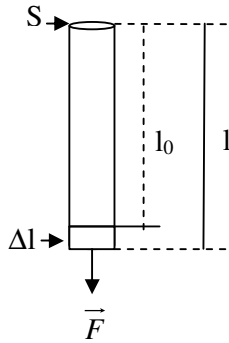
longitudinalni valovi u plinovima

Tablica 2.1. Brzina zvuka u nekim materijalima

Materijal	v/ms^{-1}	Materijal	v/ms^{-1}
aluminij	5100	staklo	5500
bakar	3900	ugljik-dioksid (0 °C, 1013 mbar)	260
dušik (0 °C, 1013 mbar)	334	voda	1500
kisik (0 °C, 1013 mbar)	315	zrak (0 °C, 1013 mbar)	331
kvarc (SiO ₂)	5300	zrak (20 °C, 1013 mbar)	345

Dodatak 1.

$\vec{F} = k \cdot \vec{s}$ - HOOK-OV ZAKON za deformaciju elastičnog krutog tijela.



relativno produženje: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

σ - naprezanje

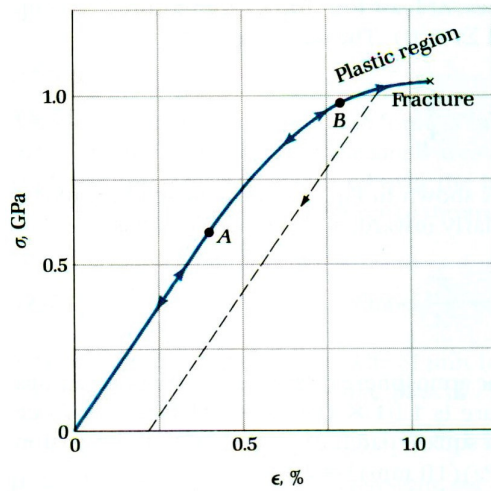
E - Young-ov modul elastičnosti

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \rightarrow F = \frac{ES}{l} \cdot \Delta l$$

$$F = konst. \cdot \Delta l$$

$$F = k \cdot s$$



Al	$E = 7 \cdot 10^{10} (Nm^{-2})$
----	---------------------------------

Čelik	$E = 20 \cdot 10^{10} (Nm^{-2})$
-------	----------------------------------

Dodatak 2:

$$\Rightarrow s(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad \rho - \text{gustoća sredstva}$$

$$\frac{\partial s(x, t)}{\partial t} = A \omega \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -A \omega^2 \sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = +\rho \cdot A \omega^2 \sin(\omega t - kx) / dx$$

$$\int \partial p = p = p_0 + \rho \cdot A \cdot \omega \cdot \omega \int \sin(\omega t - kx) \cdot dx$$

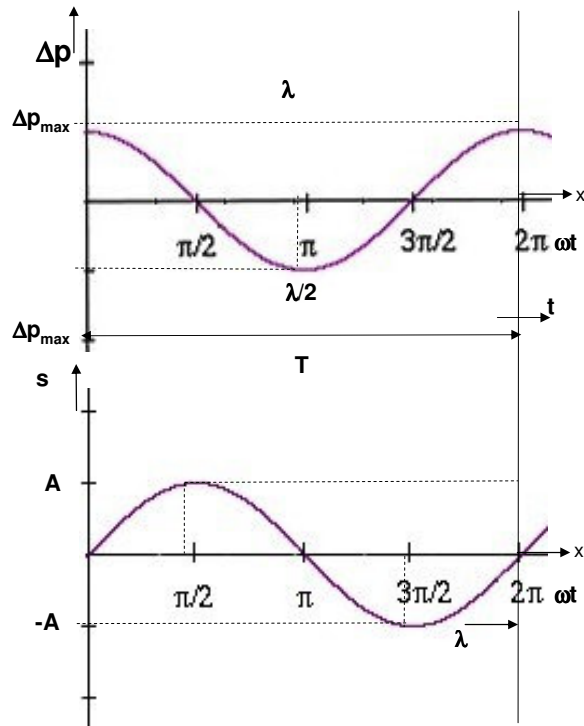
$$\omega_2 \cdot \cos(\omega t - kx) \cdot \left(+ \frac{1}{k} \right)$$

$$p = p_0 + \rho \cdot A \omega \cdot v \cos(\omega t - kx);$$

$$\Delta p_{\max} = A \rho \omega \cdot v$$

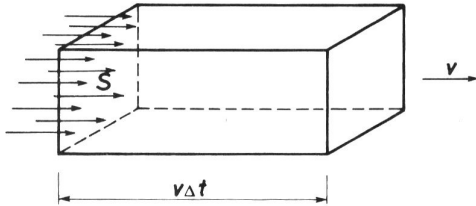
$$\Rightarrow p - p_0 = \Delta p = \Delta p_{\max} \cos(\omega t - kx);$$

$$\Delta p = \Delta p_{\max} \cos(\omega t - kx)$$



ENERGIJA VALOVA

Energija valova zvuka



Energija i intenzitet vala

Mehanička energija E čestice koja harmonički titra:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$k = m \omega^2$$

(k = konst. elastičnosti, m = masa, $\omega = 2 \pi f$ - frekvencija titranja čestica sredstva.)

Izvor vala predaje ovu E česticama sredstva

Gustoća energije w , tj. Energija po jedinici volumena:

$$w = \frac{dE}{dV} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \cdot A^2$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad m = \rho \cdot V$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)_{\max}^2 = \omega^2 A^2$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = P = w \cdot S \cdot v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \cdot A^2 \cdot S \cdot v = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot v \left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)_{\max}^2$$

Intenzitet vala I je snaga kroz površinu S okomita na smjer širenja:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v \cdot \frac{\rho v}{\rho v}$$

$$\Delta p_{\max} = \rho A \omega v$$

Zvučni val: $I = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p)_{\max}^2}{\rho v}$ (W/m^2) – gust. toka energ.

Intenzitet zvučnog vala zovemo **jakost zvuka**

Intenzitet zvuka mjeri se u **decibellima (dB)**

$$D = 10 \log I / I_0 \quad (dB)$$

$$I_0 = 10^{-12} W / m^2$$

IZVOR	D (dB)
šapat	20
govor	65
gradski saobraćaj	70
kovanje	95
granica bola	...120

$$\dots \quad I = 1W / m^2$$