

## PRIJENOS ENERGIJE

Toplina je energija koja zbog razlike temperature prelazi iz područja više temperature u područje niže temperature. Postoje tri načina prijenosa topline: vođenje (kondukcija), strujanje (konvekcija) i zračenje (radijacija).

Ako u nekom sredstvu postoji temperaturna razlika, toplinska će energija vođenjem prelaziti s mjesta više temperature prema mjestu niže temperature. Tako se toplina prenosi kroz čvrsta tijela. U fluidima (tekućinama i plinovima) toplina se obično prenosi konvekcijom. Za razliku od vođenja gdje se prijenos topline ostvaruje molekularnim gibanjem, a samo sredstvo je na miru, pri prenošenju topline konvekcijom giba se i samo sredstvo. Zato je konvekcija moguća samo u tekućinama i plinovima. Vođenje topline u fluidima dolazi do izražaja samo ako nije moguć prijenos topline konvekcijom.

Mogli bismo navesti niz primjera prijenosa topline vođenjem i konvekcijom. Toplinska se energija iz zagrijane sobe gubi kroz zid ili prozor i odlazi u atmosferu. Proces prijenosa topline tu se sastoji od prijenosa topline strujanjem zraka iz sobe prema zidu (konvekcija), od vođenja topline kroz zid i od konvekcije topline iz zida u atmosferu. U posudi s vodom, čije dno zagrijavamo, toplina se kroz vodu prenosi gibanjem dijelova tekućine (konvekcijom). Centralno grijanje, nastanak raznih vjetrova u atmosferi, morskih struja i sl. dalje su primjeri konvekcije.

Pri prijenosu topline zračenjem, termička energija tijela pretvara se u elektromagnetsko zračenje koje tijelo emitira u okolni prostor. Energija koja se zračenjem prenosi od jednog mjesta do drugog bitno ovisi o temperaturi tijela. Svako tijelo ugrijano na neku temperaturu emitira toplinsko zračenje čiji sastav i energija bitno ovise o temperaturi tijela. Jedan lijepi primjer prijenosa energije zračenjem je Sunčeva energija koja na taj način sa Sunca dolazi na Zemljinu površinu.

## VOĐENJE TOPLINE

Kada među raznim dijelovima nekog sredstva postoji temperaturna razlika, nastat će vođenje topline i energija će prelaziti iz područja više temperature u područje niže temperature. Pri tom se energija prenosi od molekule do molekule, toplina prelazi s jednog kraja na drugi, a samo sredstvo miruje.

Držim li npr. jedan kraj metalnog štapa u ruci, a drugi zagrijavamo, osjetit ćemo da se kroz štap širi toplina. Uključimo li električni štednjak, toplina će se vođenjem prenositi od užarene ploče na posudu koja se nalazi na ploči.

Vođenje topline kroz plinove može se shvatiti pomoću kinetičke teorije topline. Na mjestima više temperature srednja kinetička energija molekula je veća nego tamo gdje je temperatura niža. Zbog kaotičnog gibanja i stalnih sudara molekula, brže molekule predaju dio svoje kinetičke energije susjednim sporijim molekulama, ove opet svojim susjedima i tako se energija prenosi kroz plin iz područja više temperature prema području niže temperature. U tekućinama se toplinska energija prenosi posredstvom elastičnih titranja molekula, dok glavnu ulogu u vođenju topline kroz metale igraju slobodni elektroni. Teorija toplinske vodljivosti i njeno mikroskopsko objašnjenje prelazi, međutim, okvir ovih skripata, te ćemo se samo zadržati na fenomenološkom opisu procesa vodljivosti.

Vođenje topline kroz homogeni materijal može se računati pomoću Fourierovog zakona. Da bismo shvatili taj zakon, promatramo vođenje topline kroz štap poprečnog presjeka  $S$ . Pretpostavit ćemo da temperatura u štapu linearno opada od jednog kraja do drugog i da je u svakoj točki određenog presjeka ista. Također ćemo razmatrati prijenos topline što znači da ćemo pretpostaviti da temperatura bilo koje točke sredstva ne ovisi o vremenu već samo o mjestu u sredstvu. Uočit ćemo dva presjeka na kojima je temperatura  $T_1$  i  $T_2$  međusobno udaljena za  $\Delta x$  i izračunati količinu topline koja u određenom vremenu prođe kroz taj dio sredstva.

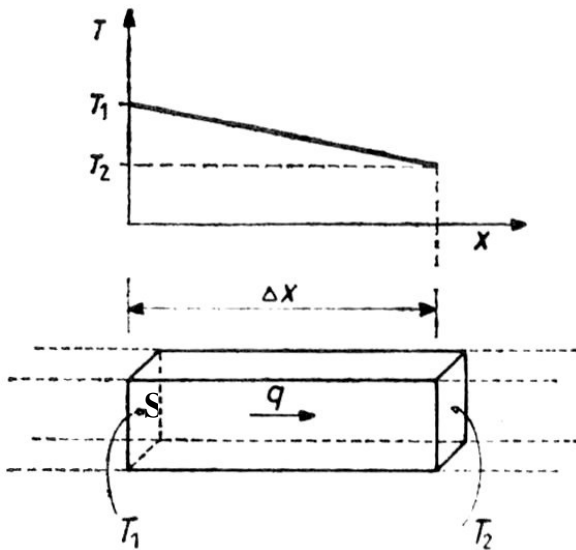
Mjerenjem je utvrđeno da je količina topline  $Q$  koja u vremenskom intervalu  $\tau$  prođe kroz sloj debljine  $\Delta x$  dana Fourierovim zakonom

# KONDUKCIJA

## TOPLINSKA VODLJIVOST NEKIH MATERIJALA

Materijal	$\lambda$ W/(m K)	Materijal	$\lambda$ W/(m K)
srebro	420	voda	0,6
bakar	385	azbestni cement	0,5
aluminij	205	drvo	0,13
željezo	60	guma	0,15
beton	1,3	papir	0,13
staklo	0,8	polistiren	0,01
žbuka	0,8	staklena vuna	0,035
cigla	0,7	poliuretanska pjena	0,03
zemlja	0,5	zrak	0,025

Fourierov zakon:  $Q = -\lambda \cdot \underbrace{\frac{\Delta T}{\Delta x}}_{\text{temperaturni gradijent}} \cdot S \cdot \tau$



$$(\lambda) = \left( \frac{Jm}{Km^2s} \right)$$

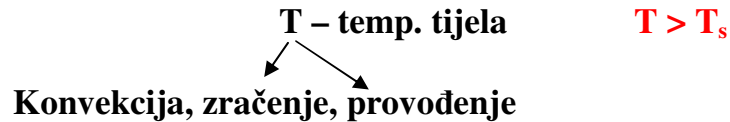
$$(\lambda) = (WK^{-1}m^{-1})$$

toplinski tok:  $\Phi = \frac{Q}{\tau}$

gustoća toplinskog toka:  $q = \frac{\Phi}{S} = \frac{Q}{\tau \cdot S} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} (Wm^{-2})$

$$\Phi = q \cdot S = -\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x}{\lambda \cdot S}} \rightarrow \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{\Delta x}{\lambda \cdot S} = R \dots R = \frac{U}{I}$$

## NEWTONOV ZAKON HLAĐENJA



Ekperimentalno Newton otkrio da vrijedi:

$$\frac{dT}{d\tau} = -k(T - T_s) / d\tau \quad \begin{array}{l} T = \text{temp. tijela} \\ T_s = \text{temp. okoline} \end{array}$$

$$\frac{dT}{T - T_s} = -k \cdot d\tau / \int \rightarrow \ln(T - T_s) = -k\tau + C$$

za  $\tau = 0$      $T = T_0$      $\rightarrow$  početna temperatura tijela

$$C = \ln(T_0 - T_s)$$

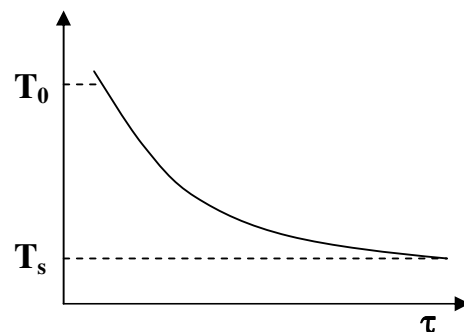
$$\ln \frac{T - T_s}{T_0 - T_s} = -k \cdot \tau \Rightarrow T = T_s + (T_0 - T_s) \cdot e^{-k\tau}$$

za vrijeme     $\tau = \infty$      $T = T_s$

za vrijeme     $\tau = 0$      $T = T_0$

$k$  = konstanta za dano tijelo

$$T > T_s \rightarrow \frac{dT}{d\tau} <$$



Prijenos topline konvekcijom  $Q_c$  pomoću Newtonovog zakona hlađenja.

gustoća topline  $q_c = h_c(T_p - T_f)$        $\rightarrow$  temp. čvrste plohe uz koju struji fluid

$\searrow$

koeficijent konvekcije

## Geotermika

Za geofiziku najvažniji je protok topline iz unutrašnjosti Zemlje. Ta toplina dolazi zbog radioaktivnog procesa unutra Zemlje. U 3 milijarde godina radioaktivnost se smanji za oko 50%

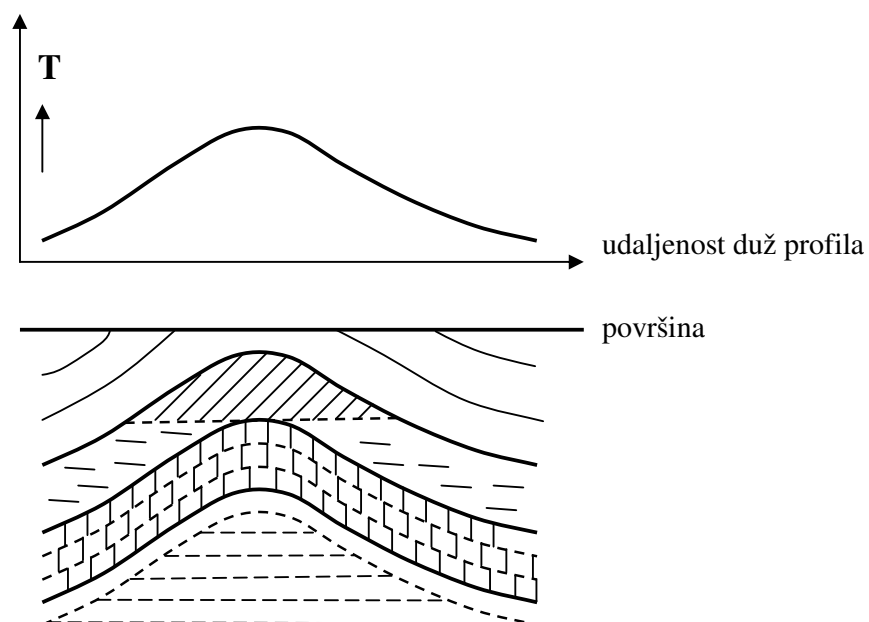
Temperatura nije jednaka na površini Zemlje, jer protok topline iz unutrašnjosti zavisi o  $\lambda$  materijala u površinskim slojevima, te jasno i o njihovoj geometriji. Odmah se vidi da jedan studij ovakvih temperaturnih varijacija može nešto reći o podzemnom rasporedu i vrsti stijena.

Postoje dvije vrste mjerenja temperature (na osnovu toplinske vodljivosti):

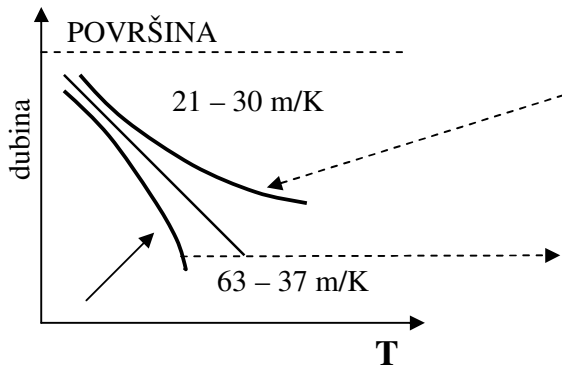
- a). Mjerenje temperature blizu površine radi saznanja o lateralnim temperaturama.
- b). Dubinska mjerenja temperature, radi saznanja o vertikalnim gradijentima temperature.

Kod dubinskih mjerenja, opaža se da temperatura raste s dubinom. Opažaju se uglavnom tri vrste krivulja: linearne, konkavne, konveksne. A oblici krivulja se tumače na osnovu temperaturne vodljivosti!

### ANOMALIJA TEMPERATURE na tipičnom antiklinalom



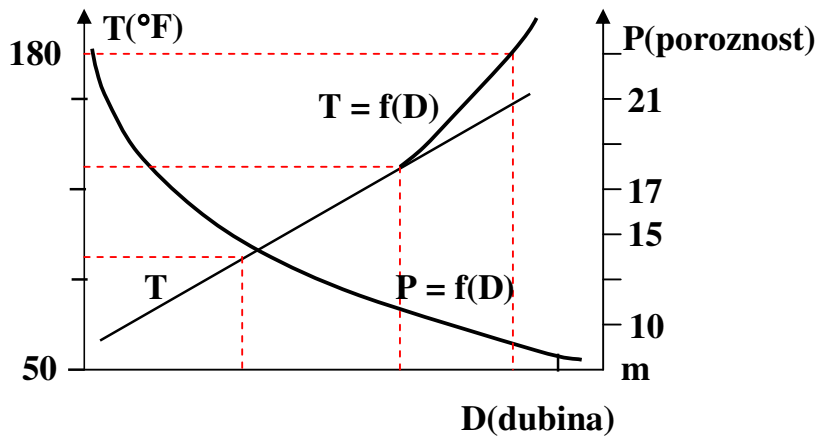
# Geotermika



Oblici krivulja ovise o temperaturnoj vodljivosti.

raste topl. vodljivost, zbog kompaktnijih bazaltnih stijena ispod tankog sedimentnog pokrivača

topl. vodljivost opada – ili zbog vlažnosti stijena ili vrlo debelim sedimentnim pokrivačem

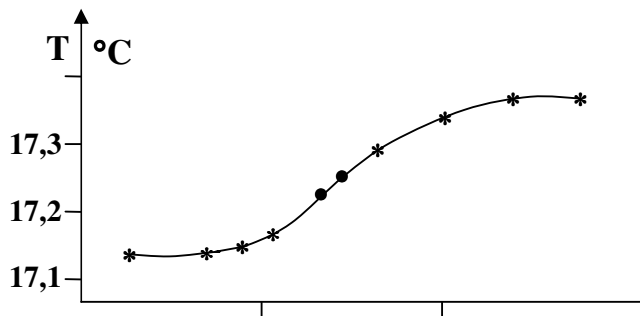


$$Q = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{l} \cdot \tau$$

$$\frac{Q}{\tau} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{l} \quad \text{za } S = 1$$

$$\frac{\Delta T}{l} = \text{temp. gradijent}$$

Primjer:

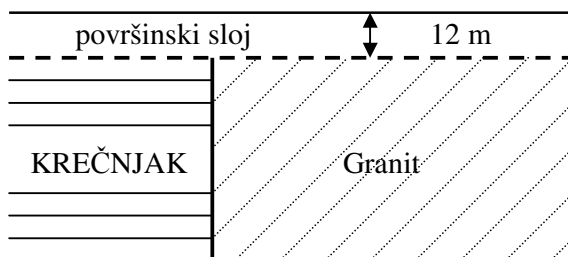


Ako se mijenja s dubinom, onda se i  $\lambda$  mora mijenjati.

Postoji veza između P – poroznosti stijena:

manja P → manja vlaga → manja  $\lambda$

$$180^\circ\text{F} = 100^\circ\text{C}$$



Prijenos topline konvekcijom možemo računati pomoću Newtonova zakona hlađenja:

$$q_c = h_c (T_p - T_f)$$

Gdje je  $T_p$  temperatura čvrste plohe uz koju struji fluid,  $T_f$  temperatura fluida dalje od granične plohe, dok je  $h_c$  koeficijent konvekcije koji se izražava u  $\text{Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$  i za jednostavnije slučajeve može izračunati pomoću semiempiričkih relacija koje je moguće naći u literaturi koja detaljnije opisuje prijenos topline. Taj koeficijent ovisi o nizu parametara, kao npr. razlici temperature, geometrijskoj konfiguraciji, obliku i položaju plohe, brzini i načinu strujanja fluida, (laminarno ili turbulentno), vrsti fluida, njegovim osobinama, termičkoj vodljivosti fluida itd. Navest ćemo samo red veličine tih koeficijenata za neke slučajeve. Za prijenos topline konvekcijom od zida, prozora, krova i sl. u okolnu atmosferu koeficijent konvekcije je oko  $6 \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$  kada nema vjetra, i raste s brzinom vjetra, te je npr.  $20 \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$  za brzinu vjetra oko 15 km/h. Za slobodnu konvekciju oko vertikalne ploče u zraku ( npr. između prozora i zraka u sobi)  $h_c$  je oko  $4 \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$ , za toplu vodu oko grijača  $1000 \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$  itd.

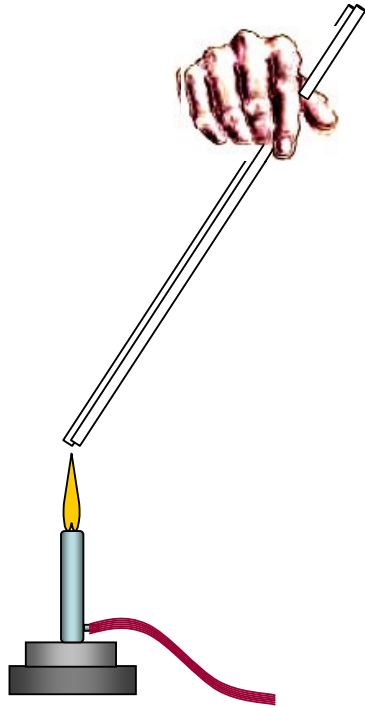
## POKUSI

Prijenos topline:

- a). vođenjem ili kondukcijom
- b). strujanjem ili konvekcijom
- c). zračenjem ili emisijom  
radijacijom

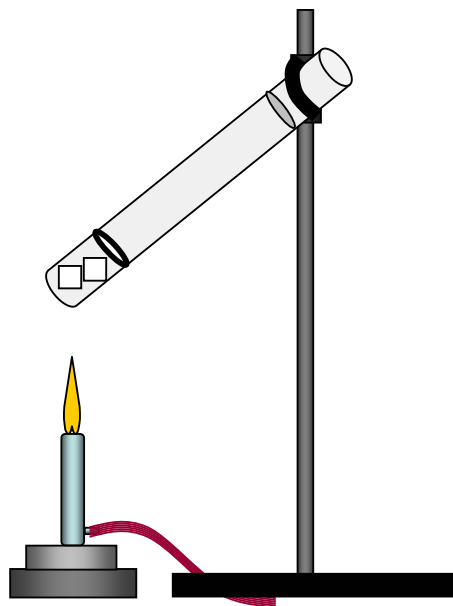
**K 31 - ŠIRENJE TOPLINE VOĐENJEM  
STAKLO KAO LOŠ VODIČ  
(U RUCI SE MOŽE DRŽATI KOMAD STAKLA KOJE JE NA DRUGOM  
KRAJU USIJANO)**

- stakleni štap – loše vođenje topline



**K 32 - ŠIRENJE TOPLINE VOĐENJEM  
VODA KAO LOŠ VODIČ TOPLINE**

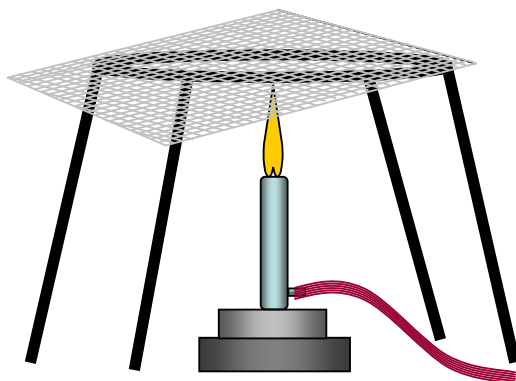
- loša vodljivost tekuće vode



**K 33 - TERMIČKA VODLJIVOST**

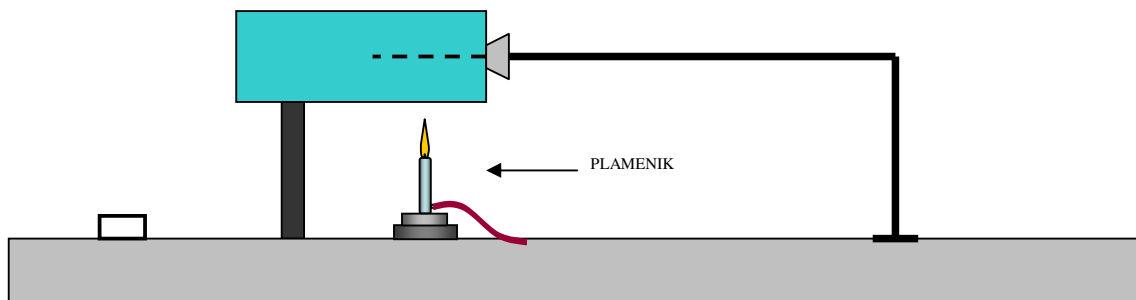
**PLAMEN PLINSKOG PLAMENIKA NE PROLAZI KROZ Cu MREŽICU**

- plamen plinskog plamenika ne prolazi kroz mrežicu od Cu žice – toplinska vodljivost mrežice uzrokuje to da se razvijena toplina prenosi lateralno.





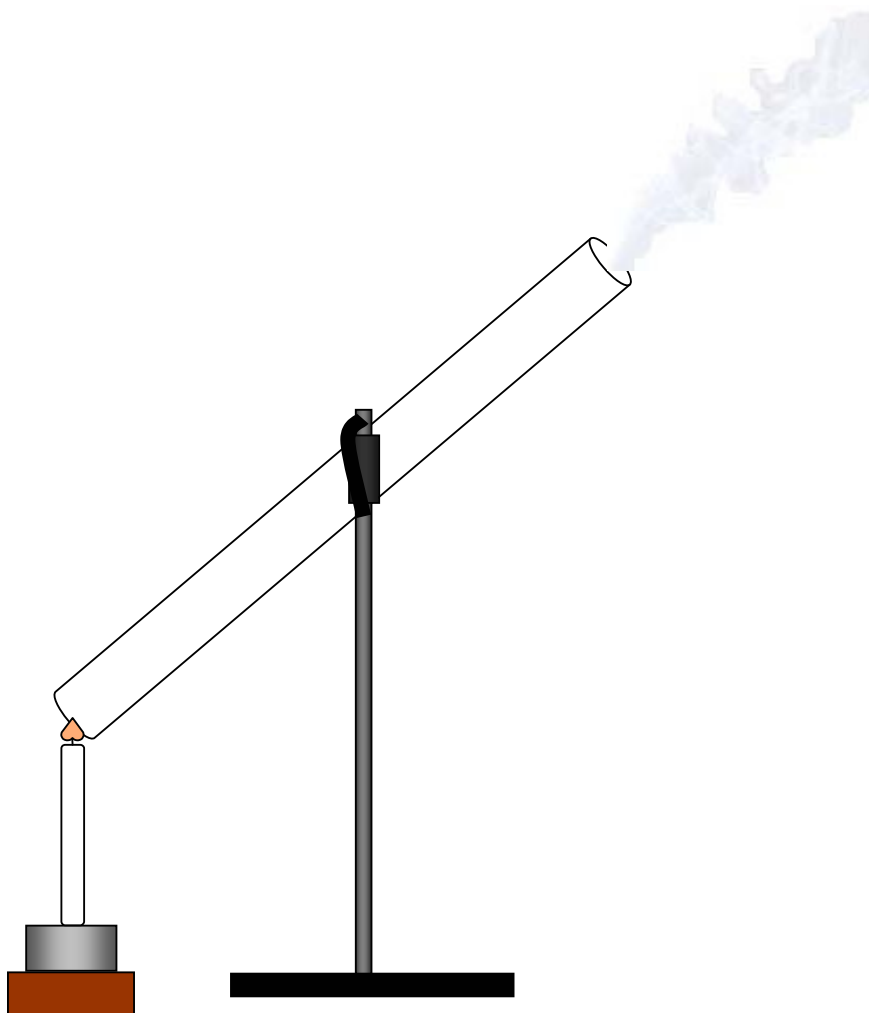
**K 34 - RELATIVNO ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA TERMIČKE VODLJIVOSTI  
POKUS INGENHOUSE  
VOĐENJE TOPLINE KROZ ŠIPKU Cu I Fe**



- vođenje topline kroz šipku Cu i Fe

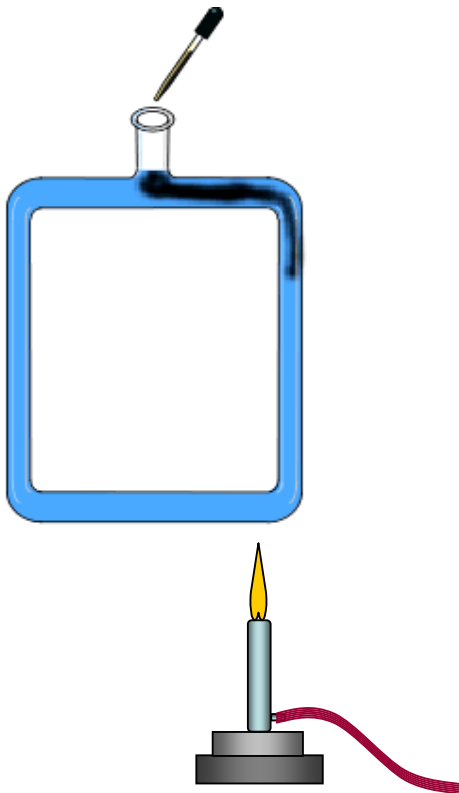
**K 35 - ŠIRENJE TOPLINE KONVEKCIJOM – PRIRODNA KONVEKCIJA  
POKUS SA SVIJEĆOM I STAKLENOM CIJEVI (DIMNJAK)**

- dimnjak, svijeća - konvekcija



## K 36 - ŠIRENJE TOPLINE KONVEKCIJOM PRIRODNA KONVEKCIJA TOPLINE U ZATVORENOJ CIJEVI

- konvekcija topline zatvorenoj cijevi
- indikator – kristal fuksina



## PRIJENOS TOPLINE

- vođenje ili kondukcija - u čvrstim tijelima
- strujanje ili konvekcija - fluidi (tekućine i plinovi)
- zračenje ili radijacija tj. emisija zračenja

Kod kondukcije prijenos topline (od mjesta veće  $T$  na mjesto manje  $T$ ) ostvaruje se molekularnim gibanjem, a samo sredstvo je na miru.

Kod strujanja ili konvekcije giba se samo sredstvo.

Primjer: vođenje i konvekcija topline iz sobe kroz prozor

- posude s vodom koja se grije
  - centralno grijanje
  - nastanak ranih vjetrova u atmosferi, morskih struja itd
- (sve su to kombinacije vođenja i strujanja)

Zračenje – termička energija tijela pretvara se u elektromagnetsko zračenje koje tijelo emitira u okolni prostor. Zračena energija ovisi o temperaturi tijela. (Nema kontakta, a temperatura se mijenja.)

Npr. Sunce zrači i ta energija dolazi na Zemlju.

O zakonima zračenja biti će više govora kasnije.

Praktično je za prijenos topline zračenjem koristi se sličnom formulom kao i kod prijenos topline konvekcijom

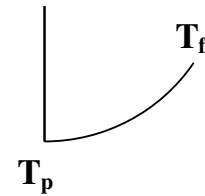
$$Q = h_r \cdot S (T_1 - T_2)$$

$\swarrow$                        $\searrow$   
 koeficijent prijenosa      površina  
 topline radijacijom

$$q_c = \ln(T_p - T_f)$$

gust. topline sobe  $W/m^2$

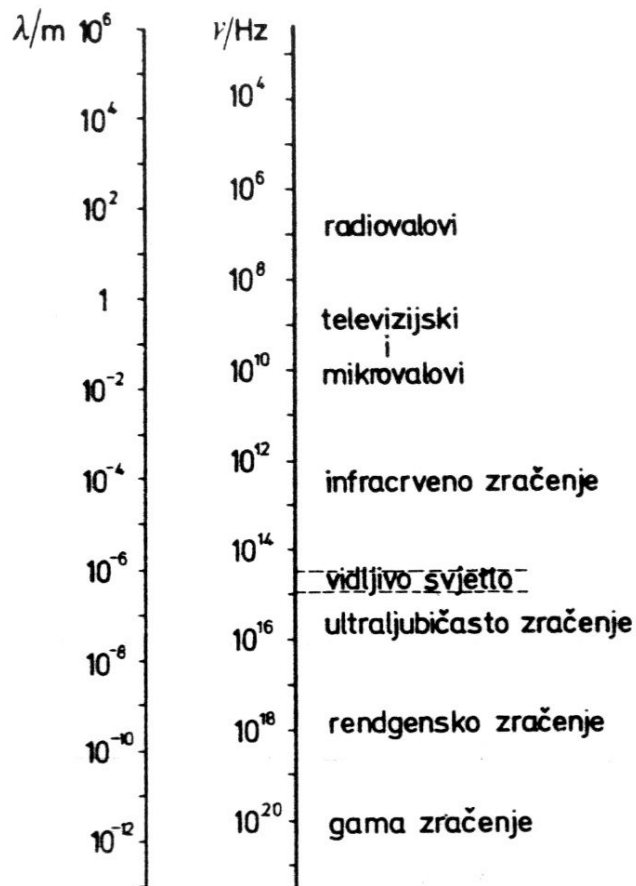
$$q = \frac{Q}{\tau \cdot S} \quad h_c (Wm^{-2}K^{-1})$$



$h_c$  – koeficijent konvekcije oko zida, krova, nema vjetra

- $h_c = 6 Wm^{-2} K^{-1}$
- $20 Wm^{-2} K^{-1}$  (brzina vjetra 15 km/h)
- $4 Wm^{-2} K^{-1}$  između prozora i zrak u sobi
- $1000 Wm^{-2} K^{-1}$  - oko grijača za grijanje vode

## Spektar elektromagnetskih valova



## ZAKONI ZRAČENJA CRNOG TIJELA

### Kirchhoff-ov zakon

$$\alpha = \frac{\Phi_{aps}}{\Phi_{up}}$$

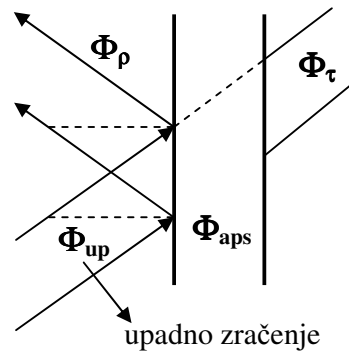
- apsorptancija

$$\rho = \frac{\Phi_{\rho}}{\Phi_{up}}$$

- reflektancija

$$\tau = \frac{\Phi_{\tau}}{\Phi_{up}}$$

- transmitancija (faktor transmisije)



$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

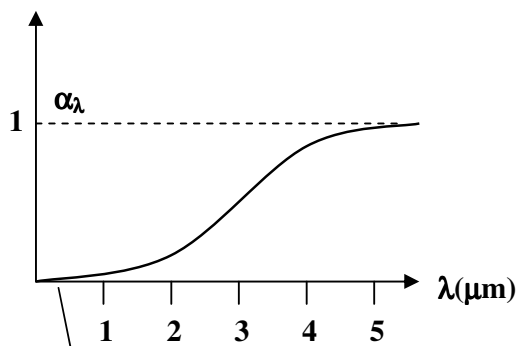
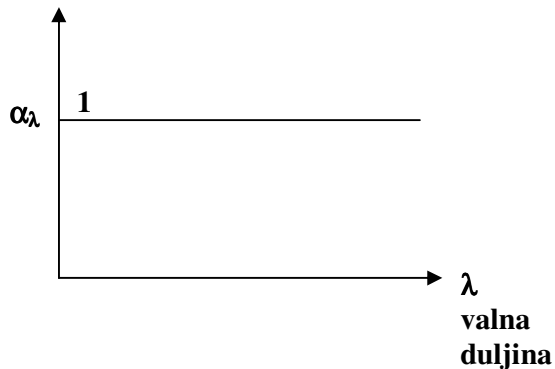
Neprozirno tijelo  $\tau = 0$

$$\rho + \alpha = 1$$

$\rho, \alpha, \tau$  od  $0 \rightarrow 1$   $\alpha = f(\lambda, T \text{ tijela})$

$\alpha = 1$  ...  $\rho = 0 \Rightarrow$  *nema refleksije*  $\rightarrow$  čada  
 $\rightarrow$  crno tijelo

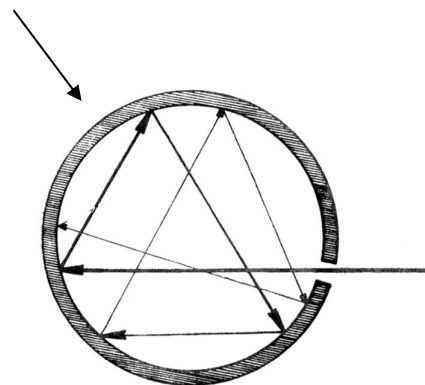
Idealno crno tijelo u prirodi ne postoji. Dobra aproksimacija je izotermna šupljina s malim otvorom.



$\alpha = 0$  za snijeg

$\lambda(0,4 - 0,8 \mu\text{m})$

IDEALNO CRNO TIJELO



$\alpha_{\lambda}$

**R. G. Kirchhoff** je našao vezu između emisije i apsorpcije raznih tijela. Da bismo mogli izreći Kirchhoffov zakon, definirat ćemo najprije koeficijent (faktor) emisije nekog tijela.

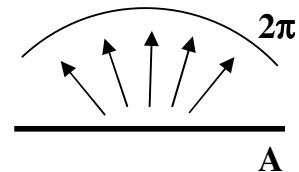
Ukupna snaga (tj. energija u jedinici vremena) koju zrači površina A tijela u čitavi poluprostor u  $2\pi$  steradijana označimo s P. Ona obuhvaća sve frekvenciji, mjeri se u vatima (W).

Kirchhoff daje vezu između apsorpcije i emisije raznih tijela. Tijelo koje više apsorbira više i emitira. Za crno tijelo (CT) svodi se na jednakost faktora emisije  $\epsilon(\lambda, T)$  i faktora apsorpcije  $\alpha$ . Što ćemo pokazati.

Snaga ( E u jedinici vremena) ...  $P(W) = \frac{dE}{dt}$

Površina tijela A

$$M = \frac{P}{A} \quad M = \frac{dP}{dA} \quad (W / m^2)$$



intenzitet zračenja ili snaga s površine - egzitancija

$M = f(\lambda)$ , a  $dM$  – dio ukupnog  $M$  koji otpada na mali interval valnih duljina od  $\lambda$  do  $\lambda + d\lambda$  spektralna egzitancija

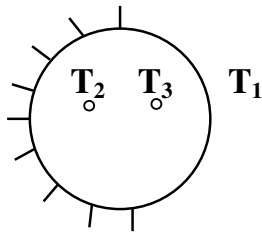


$$\frac{dM}{d\lambda} = \underbrace{\epsilon(\lambda, T)}_{\text{koeficijent emisije tijela}} \rightarrow dM = \epsilon(\lambda, T) d\lambda$$

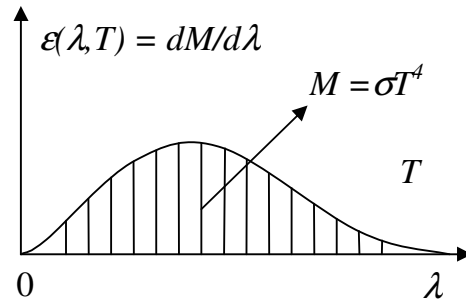
$\epsilon(f, T) \dots f \quad f + \Delta f$  i  $\epsilon(\lambda, T) \dots u$  interval valnih duljina  $d\lambda$ :

$$(W / m^2 \cdot m) \quad \text{ili} \quad W / m^2 \cdot \mu m \quad \lambda(\mu m)$$

$$M = \int_0^{\infty} \frac{dM}{d\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \epsilon(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$



$T_2 \alpha_2$   
 $T_3 \alpha_3$   
 $\alpha_2 > \alpha_3$   
 $\downarrow$   
 više apsorbira



Kirchhoff-ov zakon  $\frac{\epsilon(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} = f(\lambda, T)$

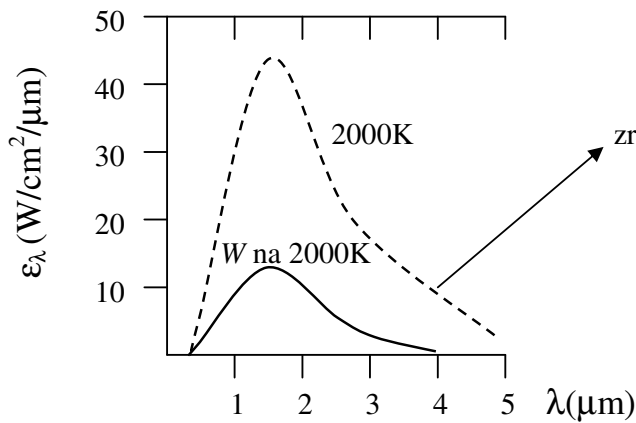
CRNO TIJELO  $\frac{\epsilon(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} = f(\lambda, T) \rightarrow \epsilon = f(\lambda, T)$

ovisi o prirodi tijela

isto za sva tijela iste T

za crno tijelo jer je  $\alpha = 1$

U praksi, u laboratoriju se služimo trakom od volframa W, ugrijanom strujom na određenu temperaturu.

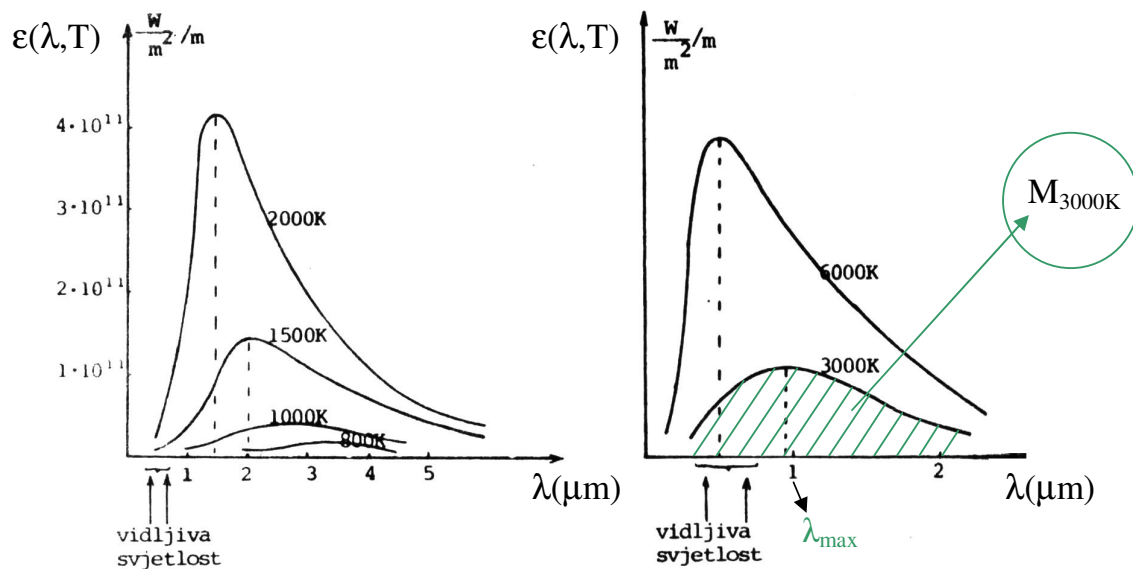


Stefan- Boltzmann-ov zakon:

$$M = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$\sigma$  je Stefan – Boltzmann-ova konstanta



$$M = \frac{\Phi}{S}$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  - Boltzman konst.

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  - Planck-ova konst.

$$M_{\lambda}^{CT} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Kirchhoff

$$\frac{\varepsilon(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} = f(\lambda, T)$$

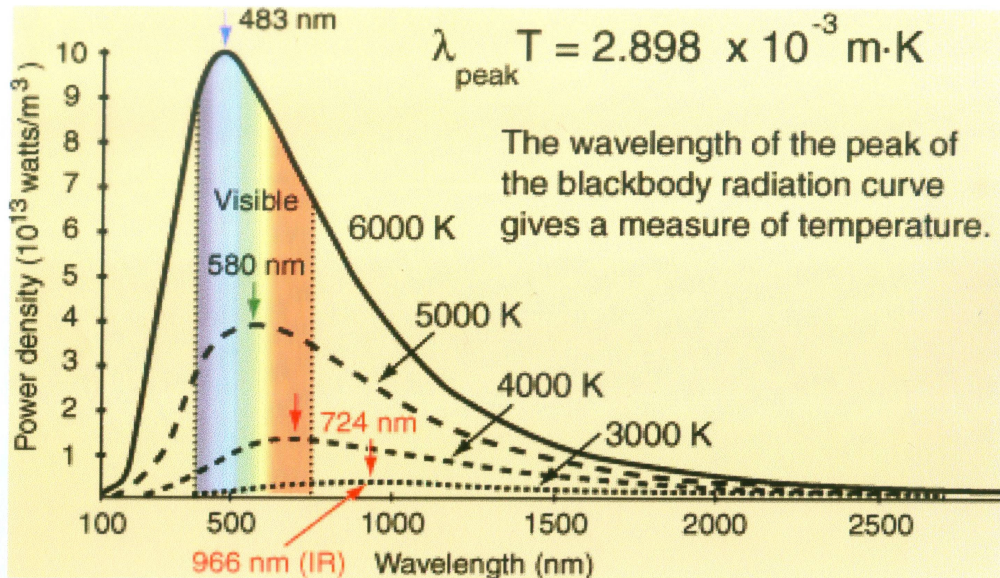
$\alpha = 1$  za crnotijelo

realno tijelo:

$$\varepsilon(\lambda, T)_{RT} < \varepsilon(\lambda, T)_{CT}$$

$$f(\lambda, T) = \frac{dM}{d\lambda} \left[ \text{W / m}^2 \cdot \text{m} \right]$$

$$\left[ \text{W / m}^3 \right]$$



$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ (k} \cdot \text{m)}$  ... Wienov zakon pomaka

300 K       $\lambda_m = 10 \mu\text{m}$   
 6000K      $\lambda_m = 500 \text{ nm}$  ... vidljivo!

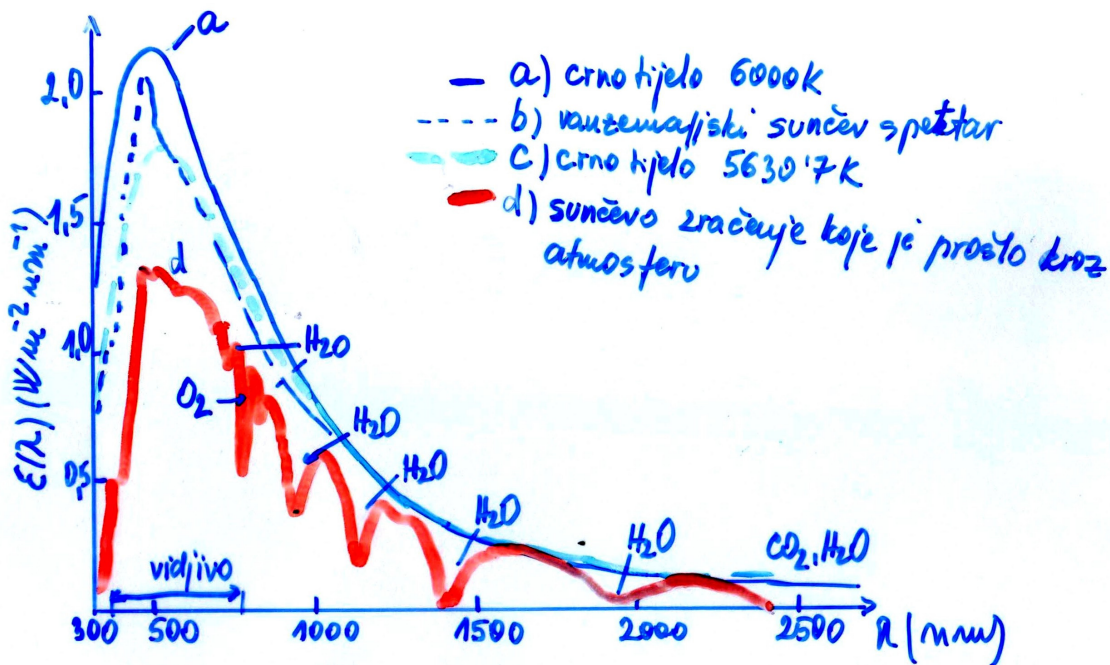
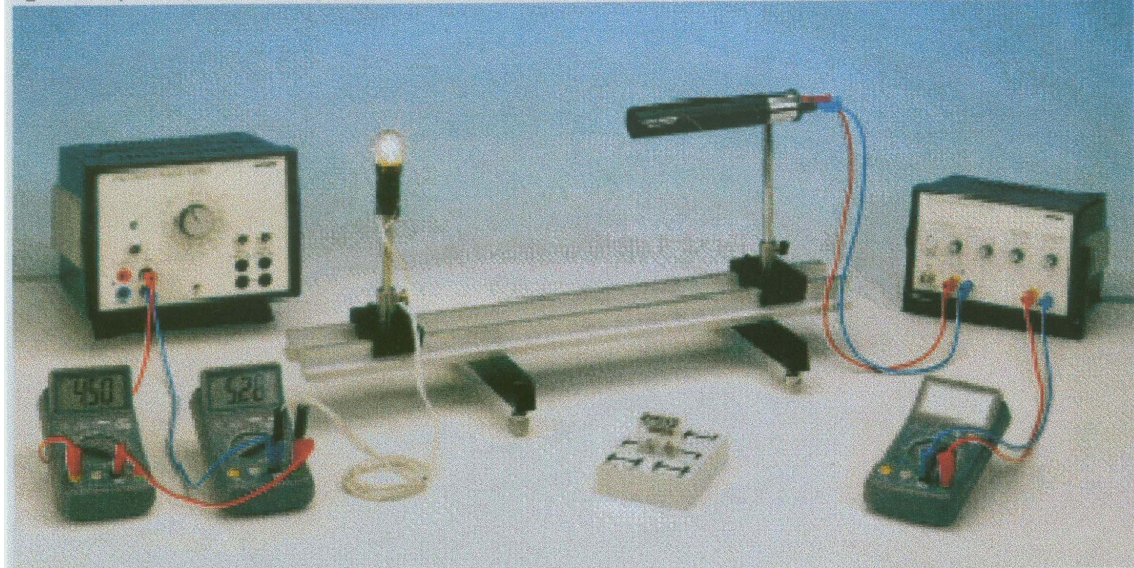




Fig. 1: Set-up for experimental verification of Stefan-Boltzmann's law of radiation.



Postav za mjerenje zračenja crnog tijela. Na optičkoj klupi se nalaze izvor zračenja tj. svjetlosti, koji predstavlja kruto tijelo, i detektor- fotoćelija koja registrira ukupno zračenje u sve valne duljine, za određenu struju žaruljice. Iz krivulje baždarenja se zna kojoj struji kroz žaruljicu odgovara temperatura zračenja ovog sivog/ crnog tijela.