

# Interferencija valova svjetlosti

## 1 Uvod

Da bi pobliže mogli sagledat i razumjet fenomen interferencije općenito i primijenjeno, navesti ćemo uvjete interferencije i posljedice tih uvjeta. Pojave interferencije i difrakcije u današnje vrijeme jako su primjenjive. Da bi mogli bolje sagledat i uočiti bitne značajke interferencije primijeniti ćemo saznanje da je svjetlost valne i čestične prirode. Od dualnosti svjetlosti koja je vrlo fascinatna, uzet ćemo u obzir valna svojstva svjetla i pomoću nekih jednostavnih pokusa pokušat objasniti interferenciju.

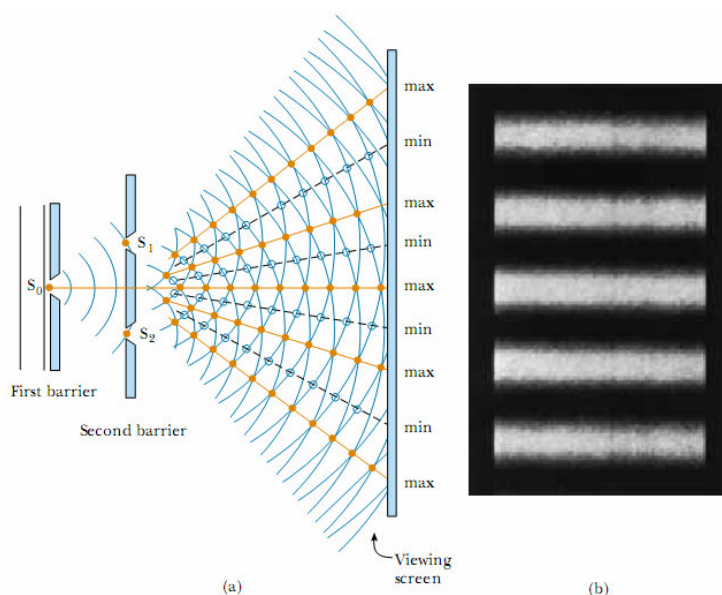
## 2 Uvjeti interferencije

Od prije nam je poznato da kod superpozicije dva mehanička vala možemo imati konstruktivnu i destruktivnu interferenciju. Kod konstruktivne interferencije rezultantna amplituda veća je od bilo koje amplitude individualnih valova koji čine tu superpoziciju, a kod destruktivne interferencije imamo da je rezultantna amplituda manja od bilo koje amplitude individualnih valova koji čine tu interferenciju. Fundamentalno gledajući sva interferencija vezana uz valove svjetlosti raste kada se elektromagnetsko polje koje sadrži individualne valove superponira u rezultantni val.

Ako imamo dvije žarulje postavljene jednu pored druge nikakva interferencija neće biti uočena zato što su valovi jedne žarulje emitirani neovisno od valova iz druge žarulje. Emisija iz tih dviju žarulja nema konstantnu faznu razliku u vremenu. Valovi svjetlosti iz običnih izvora kao što je žarulja, nastaju slučajnim promjenama od svakih  $10^{-8}$  s. Prema tome uvjeti za konstruktivnu interferenciju, destruktivnu interferenciju, ili neko međustanje traju vremenskih duljina koje su reda veličine  $10^{-8}$  s. Kako oko ne može pratiti ovako kratko vremenske promjene, nikakva interferencija nije uočena. Izvore kod kojih imamo brzu promjenu razlike u fazi nazivamo ne koherentnima. Kako bi imali održivu interferenciju koju možemo promatrati, sljedeći uvjeti moraju biti zadovoljeni: izvor mora biti koherentan (razlika u fazi mora biti konstantna, jednog u odnosu na drugi), izvor bi trebao biti monokromatski (izvor jedne valne duljine). Da bi imali stabilni interferencijski uzorak moramo imati valove između kojih je fazna razlika konstantna. Na primjer, valovi zvuka emitirani iz dva zvučnika postavljena jednog pored drugog spojenih na jedno pojačalo, mogu interferirati jedan sa drugim zato što su ta dva zvučnika koherentna. To je zato što su oba zvučnika spojena na isto pojačalo, njihov odziv prema pojačalu je istovremen. Navesti ćemo načelno metodu kojom ćemo dobiti dva koherentna svjetlosna izvora tako što ćemo koristiti monokromatski izvor kojim obasjavamo prepreku koja ima dva otvora (pukotine). Svjetlost koja nastaje na te dvije pukotine koherentna je zato što potječe od istog izvora.

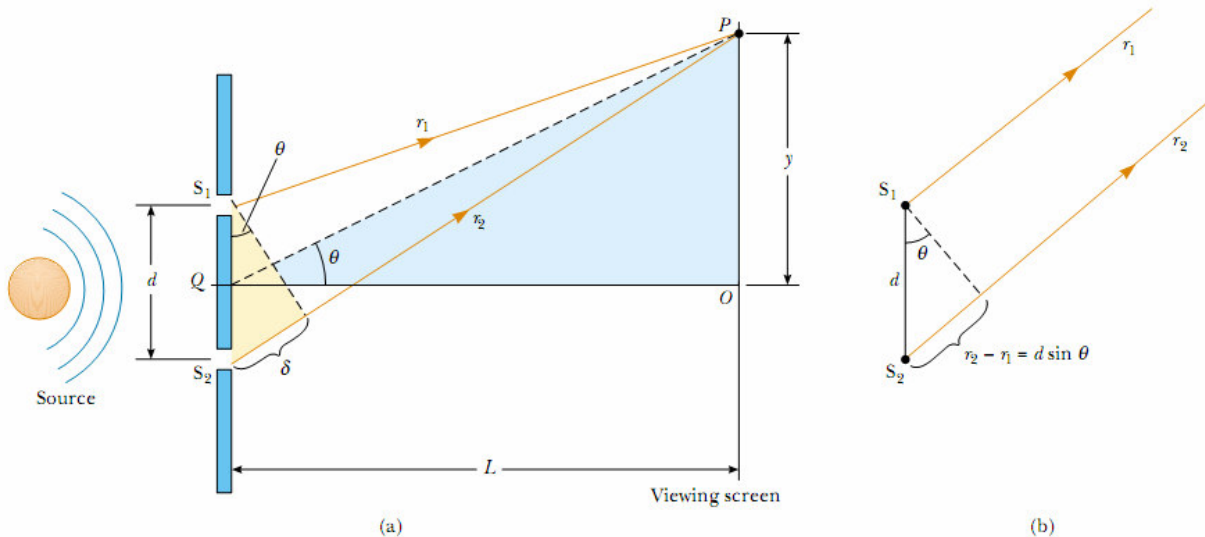
### 3 Youngov pokus

Interferenciju valova svjetlosti iz dva izvora prvi puta demonstrirao je Thomas Young 1801. Shematski prikaz aparature koju je koristio Young dan je slikom ispod ovog teksta. Sada ću ukratko opisati tijek eksperimenta. Ulazna svjetlost dolazi na prvu prepreku na kojoj se nalazi tanki zarez (pukotina)  $S_0$ . Val koji nastaje iz te pukotine dolazi na drugu prepreku koja sadrži dvije paralelne pukotine  $S_1$  i  $S_2$ . Ove zadnje dvije pukotine služe kao koherentni izvor zato što valovi koji nastaju iz te dvije pukotine tvore iste valne fronte i zbog toga imamo konstantnu razliku u fazi. Svjetlost iz  $S_1$  i  $S_2$  tvori na zastoru vidljive svijetle i tamne linije. Kada svjetlost iz  $S_1$  i ona iz  $S_2$  dođu u neku točku možemo primijetiti konstruktivnu interferenciju kao svjetlu liniju ili destruktivnu interferenciju kao tamnu liniju. Uz pojednostavljenu sliku Youngovog pokusa prikazat ću sliku stvorenu titranjem čestica vode u nekoj posudi.



Youngov pokus možemo kvantitativno pojasnit pomoću shematskog prikaza koji ću priložiti na kraju ovog pojašnjenja tijekom pokusa. Zastor je postavljen na udaljenosti  $L$  od zastora.  $S_1$  i  $S_2$  udaljeni su za  $d$ , i izvor je monokromatski (jedne valne duljine). Da bi došao do bilo koje proizvoljne točke  $P$ , val iz pukotine  $S_2$  mora proći veći put negoli val iz gornje pukotine za udaljenost  $d \sin \theta$ . Udaljenost koju jedan val mora proći u odnosu na drugi zove se razlika u putu i označava se sa  $\delta$ . Ako uzmemo aproksimativno da su  $r_1$  i  $r_2$  paralelni, to je u aproksimaciji zadovoljeno zato što je  $L$  puno veći od  $d$ , tada je  $\delta$  dana ovim izrazom

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$



Iznos  $\delta$  određen je kada god dva vala u fazi dođu u točku P. Ako je  $\delta$  nula ili neki cijeli broj množitelj valne duljine tada su dva vala u fazi u točki P i možemo primijetiti konstruktivnu interferenciju kao rezultat. Prema tome uvjet za svijetle linije, odnosno za konstruktivnu interferenciju u točki P glasi

$$\delta = d \sin \theta = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Broj  $m$  nazivamo redni broj. Centralni svijetli maksimum možemo uočiti kada imamo  $\theta = 0$  ( $m = 0$ ) a ovaj maksimum zovemo nulti maksimum. Prvi maksimum sa svake strane dobijemo kada je  $m = \pm 1$ , i njega nazivamo prvi maksimum ili maksimum rednog broja jedan i tako dalje.

Kada je  $\delta$  višekratnik od  $\lambda/2$ , dva vala dolaze u točku P i oni su u protufazi, i daju destruktivnu interferenciju u točki P i izraz za destruktivnu interferenciju ili tamne linije glasi

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Korisno je dobiti izraz koji daje pozicije tamnih i svijetlih linija mjerenih vertikalno od točke O do točke P, pa ću u tu svrhu malo pojasnit kako dobijemo taj matematički izraz koji daje udaljenost tih linija. Uzimajući u obzir da je  $L \gg d$ , to povlači da je  $d \gg \lambda$ . Inače u praksi L je često 1m, a d je u milimetrima, a  $\lambda$  je u mikrometrima za vidljivu svjetlost, pa možemo reći da su izrazi dobri koje smo prije navedeno uzeli u obzir. Po uvjetom da je ovo sve zadovoljeno,  $\theta$  je malen pa možemo koristiti aproksimaciju da je  $\sin \theta \approx \tan \theta$ . Tada iz trokuta OPQ iz gornje slike (sheme) možemo vidjet da je

$$y = L \tan \theta \approx L \sin \theta$$

Rješavajući jednadžbu koja je uvjet za svijetle linije i uvodeći supstituciju dobijemo izraz koji daje poziciju svijetlih linija mjerenih od O, a izraz glasi

$$y_{\text{svijetlo}} = \frac{\lambda L}{d} m$$

Koristeći jednadžbu koja daje uvjet za destruktivnu interferenciju i aproksimaciju koju smo gore naveli možemo naći lokacije tamnih linija, izraz koji daje mjesta tamnih linija glasi

$$y_{\text{tamno}} = \frac{\lambda L}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right)$$

Možemo zamijetiti da Youngov pokus daje metodu mjerenja valne duljine svjetlosti što je zapravo jako praktična stvar. Young je razvio tehniku kako bi odredio valnu duljinu svjetlosti, opće nije bio svjestan interferencije u početku. I na kraju ovaj eksperiment dao je veliki kredibilitet valnom modelu svjetlosti.

## 6. Intenzitet **pruga interferencije**

Pukotine  $S_1$  i  $S_2$ , se dakle, ponašaju kao izvori dva koherentna elektromagnetska vala za čije električne vektore u točki P prostora možemo pisati:

$$E_1 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t) \quad i \quad E_2 = E_0 \cos(kr_2 - \omega t)$$

Ta se dva vala u točki P zbrajaju te dobivamo rezultantno titranje:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = E_0 [\cos(kr_1 - \omega t) + \cos(kr_2 - \omega t)] = \\ &= 2E_0 \cos \frac{kr_1 - \omega t + kr_2 - \omega t}{2} \cos \frac{kr_1 - kr_2}{2} \end{aligned}$$

ili

$$E = 2E_0 \cos \frac{k(r_1 - r_2)}{2} \cos \left( k \frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t \right)$$

Budući da je  $r_1 - r_2 = d \sin \theta$  vidimo da amplituda rezultantnog vala ovisi o mjestu gdje interferenciju promatramo o udaljenosti  $d$  među pukotinama.

Valovi dani gornjim relacijama razlikuju se u fazi za neki kut  $\phi$  (razlika faza):

$$\phi = k(r_1 - r_2) = k \cdot d \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Intenzitet elektromagnetskog vala (svjetlosti) u točki I jednaka je srednjem iznosu Poyntingova vektora u toj točki:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (\text{amplituda el. polja})^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} 4E_0^2 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} 4E_0^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \end{aligned}$$

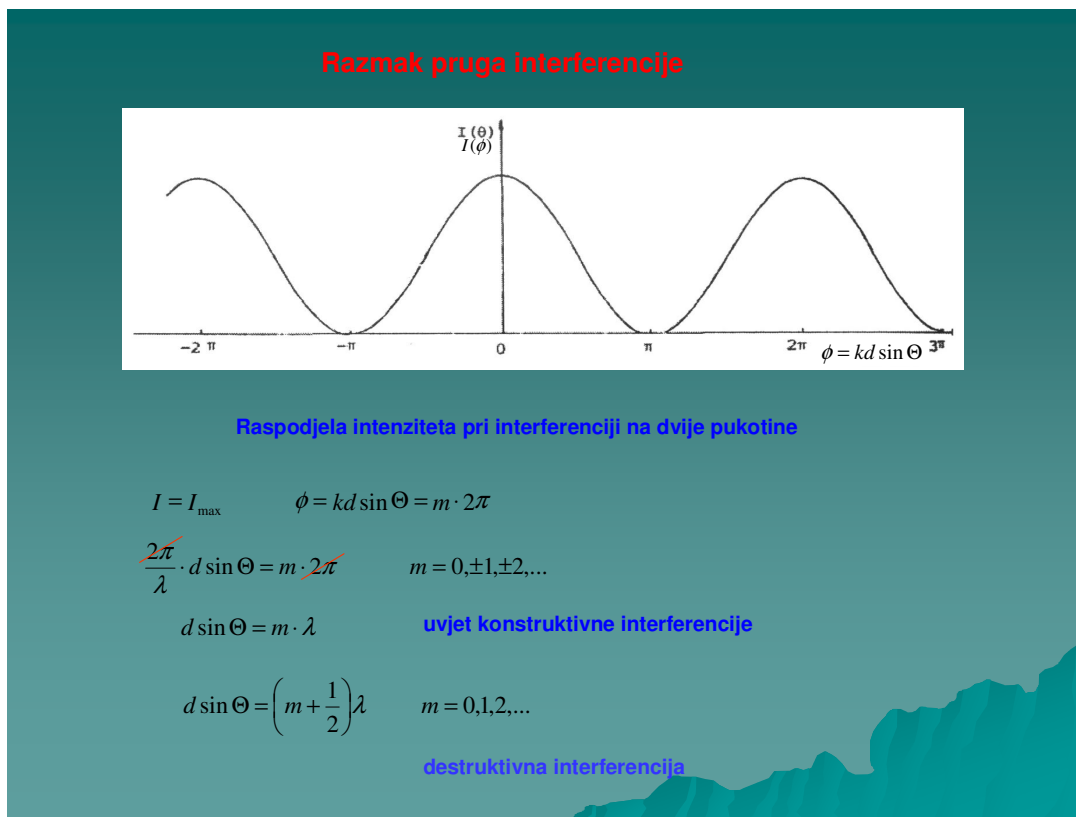
Budući da je intenzitet koji pojedini izvor daje u točki P jednak:

$$I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2,$$

to je rezultantni intenzitet:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = 2I_0 (1 + \cos \phi)$$

Prikazan je na slijedećoj slici, gdje su navedeni i uvjeti za pojavu maksimuma i minimuma gornjeg izraza za intenzitet.



Ako je  $I_0$  intenzitet koji bi dao jedan izvor, tada je tada je za 3 izvora:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(3\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

Pišemo li izraz za električno polje elektromagnetskog vala u kompleksnom obliku, možemo vrlo jednostavno izvesti izraz za rezultantnu amplitudu (odnosno intenzitet) pri interferenciji  $N$  koherentnih valova. Neka se u točki  $P$  sastaje  $N$  valova jednake amplitude i međusobno konstantne razlike u fazi; tada njihovo električno polje u točki  $P$  titra po zakonu:

$$E_1 = Ae^{i(\omega t - kr)}, \quad E_2 = Ae^{i(\omega t - kr + \phi)}, \quad E_3 = Ae^{i(\omega t - kr + 2\phi)} \dots$$

$$E_N = Ae^{i[\omega t - kr + (N-1)\phi]}$$

Rezultantno električno polje je:

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_N = Ae^{i(\omega t - kr)} [1 + e^{i\phi} + e^{2i\phi} + \dots + e^{i(N-1)\phi}]$$

Izračunavši sumu geometrijskog reda u uglatoj zagradi, dobivamo:

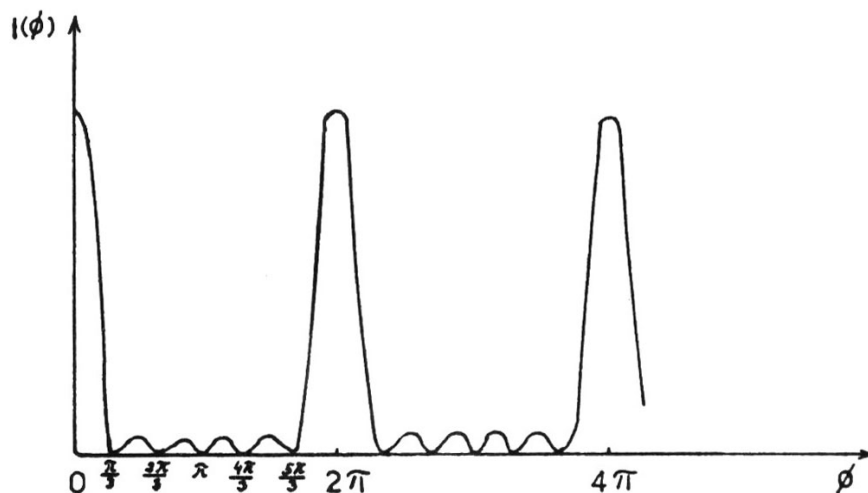
$$E = Ae^{i(\omega t - kr)} \frac{1 - e^{iN\phi}}{1 - e^{i\phi}} = Ae^{\frac{i(N-1)\phi}{2}} \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} e^{i(\omega t - kr)}$$

Intenzitet je proporcionalan prosječnoj vrijednosti kvadrata amplitude.

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} EE^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A^2 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

Gdje je N broj izvora (pukotina) a  $\phi = kd \sin \theta$  razlika u fazi između susjednih valova.



Crtež. Raspodjela intenziteta pri interferenciji iz šest izvora

Crtež prikazuje  $I(\phi)$  za  $N = 6$ . Pojavljuju se jaki i uski maksimumi u onim točkama P u kojim valovi iz svih N izvora dolaze u fazi, tj. za  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi \dots$ . Tada se i brojnik i nazivnik u izrazu koji slijedi poništavaju, a intenzitet poprima vrijednost:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)} = I_0 \left( \frac{N\phi/2}{\phi/2} \right)^2 = N^2 I_0$$

Maksimumi intenziteta (tj. potpuno poništavanje valova) pojavljuju se u točkama u koje valovi dođu s razlikom u fazi takvom da je brojnik u izrazu za intenzitet jednak nuli a nazivnik različit od nule. Između jakih maksimuma pojavljuju se (N-2) sekundarnih maksimuma na mjestima gdje je brojnik u izrazu za intenzitet jednak jedinici. (Na prethodnoj slici to je N-2 = 4 sekundarna maksimuma). U gornjem izrazu vidimo, da kad su izvori u fazi intenzitet je N<sup>2</sup> jači od jednog I<sub>0</sub> intenziteta. To je slučaj LASERa!

**Primjer.**

Radiostanica frekvencije 300 MHz ima dvije identične vertikalne antene međusobno udaljene 2 m. Kakva je raspodjela intenziteta?

Prema gore navedenoj relaciji za resultantni intenzitet pri interferenciji iz dva koherentna izvora, dobivamo:

$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 2I_0[1 + \cos (kd \sin \theta)]$$

$$= 2I_0[1 + \cos (4\pi \sin \theta)]$$

jer je  $\lambda = \frac{c}{f} = 1 \text{ m}, \quad d = 2\lambda, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ m}^{-1}$

Maksimalni intenzitet zračenja bit će u smjerovima za koje je:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{1}{2}m \quad m = 0,1,2,\dots$$

tj. za  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ . Destruktivna interferencija biti će za smjerove od približno  $15^\circ$  i  $49^\circ$ .

**DOPUNA:**

**Optička razlika putova  $\delta$**

$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \text{razlika puteva}$

$E_{01} \cdot \cos \omega \left( t - \frac{r_1}{v_1} \right)$

$E_{02} \cdot \cos \omega \left( t - \frac{r_2}{v_2} \right)$

**Razlika faza  $\Delta\phi$ :**

$$\Delta\phi = -\omega \left( t - \frac{r_2}{v_2} \right) + \omega \left( t - \frac{r_1}{v_1} \right) = \omega \left( \frac{r_2}{v_2} - \frac{r_1}{v_1} \right)$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad \Delta\phi = \omega \left( r_2 \cdot \frac{n_2}{c} - r_1 \cdot \frac{n_1}{c} \right) = \frac{\omega}{c} (r_2 \cdot n_2 - r_1 \cdot n_1)$$

$$v_2 = \frac{c}{n_2} \quad \lambda \cdot f = c \quad \delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 \quad \text{optička razlika puteva}$$

u vakuumu

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$$

Uređaji za interferenciju

**Nelokalizirane interferencije:**

Fresnel Lloyd - Z

**Lokalizirane interferencije:**

klin, Newtonovi kolobari  
Interferencije su lokalizirane opažaju se samo na jednoj plohi