

Što je difrakcija ili ogib

Difrakcija je pojava u prirodi koju se često poistovjećuje s interferencijom. Koja je zapravo razlika među njima? Interferencija bi bila pojava gdje dva vala interagiraju jedan s drugim na taj način da se jednostavno algebarski zbroje. Difrakcija bi bila pojava uzrokovana interferencijom, ali s bitnom razlikom, ili uvjetom, da difrakcija nužno ima samo jedan izvor vala. Dakle, kod interferencije promatramo kako se valovi superponiraju, a kod difrakcije kako valovi koji dolaze iz istog izvora interferiraju jedani s drugima. Na mnogo načina može doći do difrakcije. Na kraju ćemo čak i vidjeti par slučajeva kada u prirodi dolazi do nje. Ovdje ćemo se zadržati na difrakciji na jednoj pukotini, dvije pukotine te optičkoj rešetci.

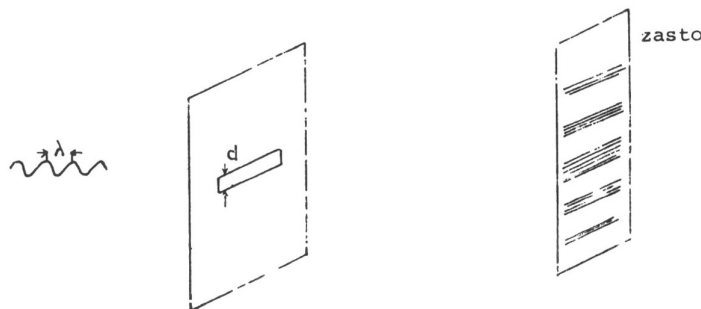
Danas se difrakcija objašnjava valnom prirodom svjetlosti. Teoriju da svjetlost ima valnu prirodu je prvi izrekao Huygens, ali ona nije bila prihvaćena, štoviše ismijavali su je jer je bila suprotna tada popularnoj Newtonovoj teoriji da je svjetlost niz čestica.

Difrakcija svjetlosti na pukotinama

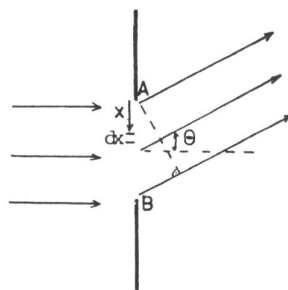
Pojava se opaža bolje što je širina pukotine na kojoj se svjetlost ogiba bliža redu veličine valne duljine svjetlosti.

Ogib se zbiva prema Hygens -ovom principu: svaka točka obasjane pukotine postaje izvor novog elementarnog vala, koji imaju ovojnici/ frontu vala. Svaka točka na fronti vala postaje izvor novog vala i širi se u smjeru napredovanja.

Razmatrati ćemo Fraunhoferov ogib, kada su izvor svjetlosti i zasto na kojem se promatra ogib beskonačno udaljeni od zapreke/ pukotine.



OGIBNA slika jedne pukotine



Uz izvod intenziteta difrakcije

Rezultantno titranje u nekoj točki P dobiva se vektorskim zbrajanjem svih elementarnih titranja valova koji iz raznih dijelova pukotine dolaze u tu točku P . Svako od tih elementarnih titranja ima različitu fazu titranja ϕ ovisno o tome gdje je na pukotini stvoren elementarni val. Koordinata x (crtež gore), koja se mijenja od nula do a , označit će nam mjesto nastanka elementarnog vala. Razlika u fazi između vala iz točke A i onog iz točke s koordinatom x je:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta = kx \sin \theta$$

Valovi iz krajnjih točaka pukotine (tj. iz A i B) najviše se razlikuju u fazi za:

$$\phi_m = k a \sin \theta$$

Svaki elementarni val razlikuje se u fazi od slijedećeg susjednog vala za $d = k dx \sin \theta$. Njegova amplituda proporcionalna je dijelu pukotine na kojoj je nastao, tj. veličini dx čiji je položaj određen koordinatom x , može se prikazati funkcijom:

$$dE = E_0 \frac{dx}{a} \cos(\omega t + \phi)$$

gdje je faktor $1/a$ dodan da bi relacija gore bila dimenzionalno ispravna i da bi ukupna amplituda bila E_0 kada je $\theta = 0$. Gornju relaciju možemo prikazati pomoću realnog dijela eksponencijalne funkcije s imaginarnim eksponentom:

$$dE = E_0 e^{i(\omega t + \phi)} \frac{dx}{a}$$

Rezultantno titranje u točki P dobiva se zbrajanjem svih elementarnih titranja uzevši u obzir njihovu razliku u fazi.

Ovaj problem (slično kao i za interferenciju) možemo riješiti na dva načina. Analitički i metodom rotirajućeg vektora. Ovdje ćemo upotrijebiti analitičku metodu.

Da bi smo izračunali ukupnu amplitudu u dalekoj točki P, zbrojimo sve doprinose, tj. integriramo prethodni izraz po x od nula do a , a nakon integriranja dobivamo:

$$E = E_0 \frac{e^{ika \sin \theta} - 1}{ika \sin \theta} e^{i\omega t}$$

Odatle možemo izračunati raspodjelu intenziteta po kutu θ .

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{ka \sin \theta}{2}\right)}{\left(\frac{ka \sin \theta}{2}\right)^2}$$

gdje je I_0 intenzitet centralnog maksimuma, tj. za $\theta = 0$.

Zamjenom $y = \frac{ka}{2} \sin \theta$, gornja formula poprima jednostavniji oblik:

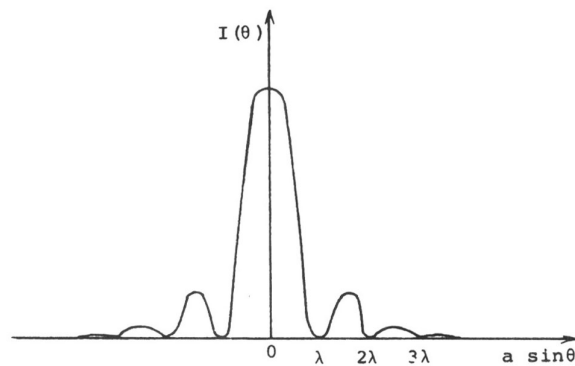
$$I = I_0 \frac{\sin^2 y}{y^2}$$

Za $\theta = 0$ dobivamo centralni maksimum: tada je $y = 0$ i $\sin y = 0$, te je $I = I_0$. maksimumi nastaju uvijek kada je $\sin y = 0$

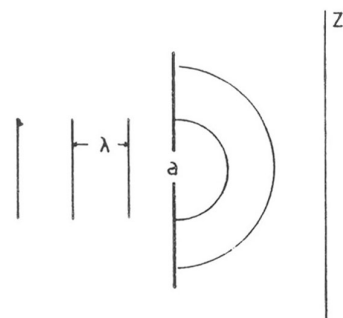
Prema tome uvjet za minimum glasi:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{a} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

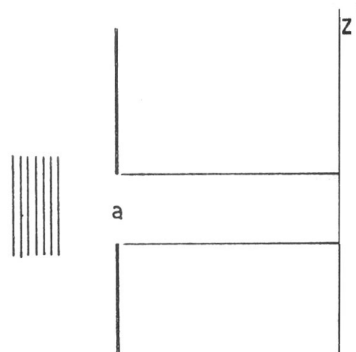
Između minimuma nalaze se sve manji i manji sekundarni maksimumi (crtež dolje):



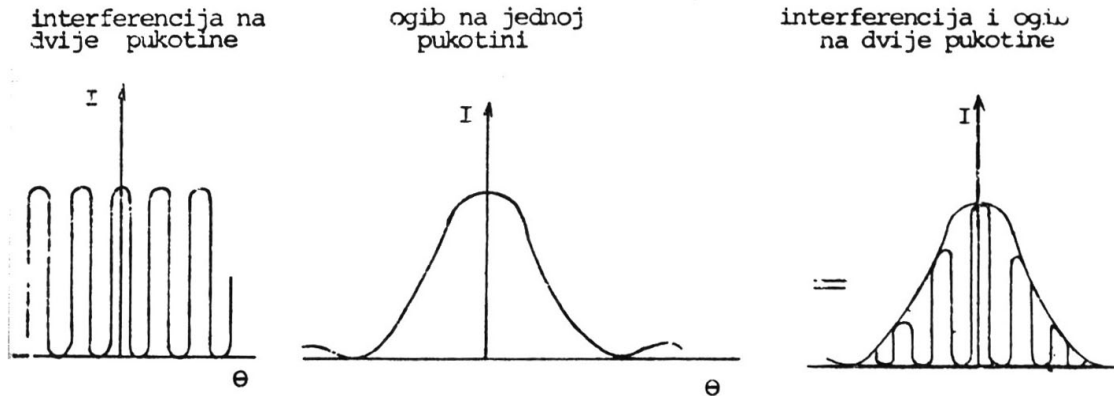
Intenzitet pri ogibu na jednoj pukotini



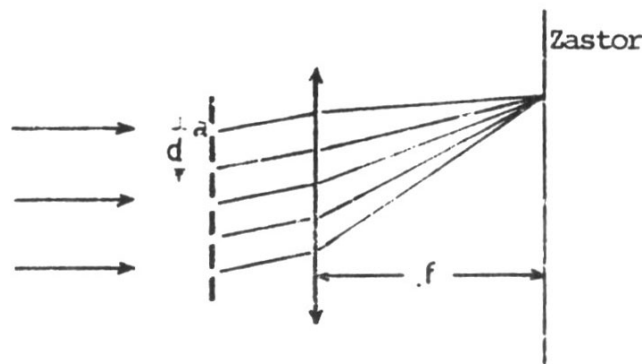
Ogibna slika za $a < \lambda$



Ogibna slika za $a \gg \lambda$



Ogib i interferencija na dvije pukotine



Optička rešetka

U smjeru okomitom na optičku rešetku ($\theta = 0$) svi su valovi u fazi te na zastoru dobivamo svijetlu prugu. Zatim će slijediti maksimumi i minimumi dobiveni interferencijom na N pukotina i ogibom na svakoj pukotini.

Uzimajući u obzir interferenciju N koherentnih valova i ogib na jednoj pukotini, dobiva se resultantni intenzitet za optičku rešetku:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin y}{y} \right)^2 \left(\frac{\sin Nz}{\sin z} \right)^2$$

gdje je $y = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$, a $z = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$

Prvi faktor u gornjoj relaciji dolazi zbog ogiba na svakoj pukotini, a drugi faktor zbog interferencije na N pukotina. Ako je $a < \lambda$, tada je y malen, prvi faktor približno je jednak jedinici i gornji izraz prelazi u:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

Promjene u intenzitetu interferencije među valovima koji dolaze iz raznih dijelova iste pukotine (tj. proizvedene ogibom na jednoj pukotini) većinom su malene (to manje, što je a manje), te član $\sin^2(\phi/2)$ bitno ne utječe na $I(\theta)$.

Izraz za rezultatni intenzitet za optičku rešetku ima jake maksimume kada se nazivnik približava nuli, tj. kada je $\sin z = 0$, ili

$$d \sin \theta = n\lambda \quad n - \text{cijeli broj}$$

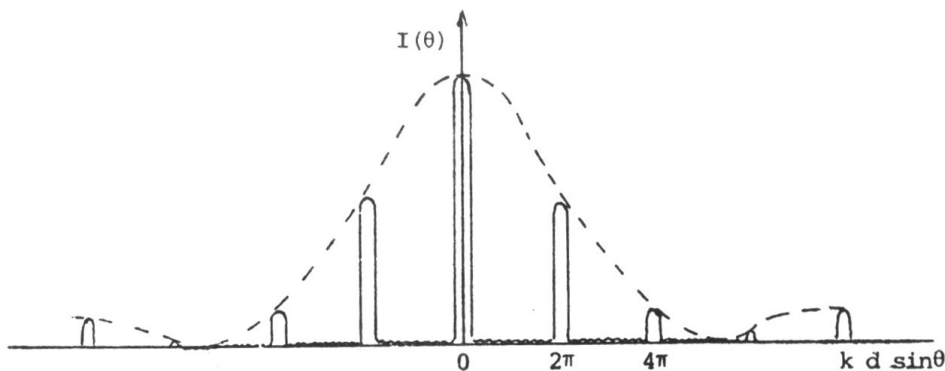
Između dva jaka maksimuma imamo $N - 2$ mnogo slabija sekundarna maksimuma (crtež dolje). Uvjet minimuma za ogib na jednoj pukotini također je uvjet minimuma i za optički rešetku:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

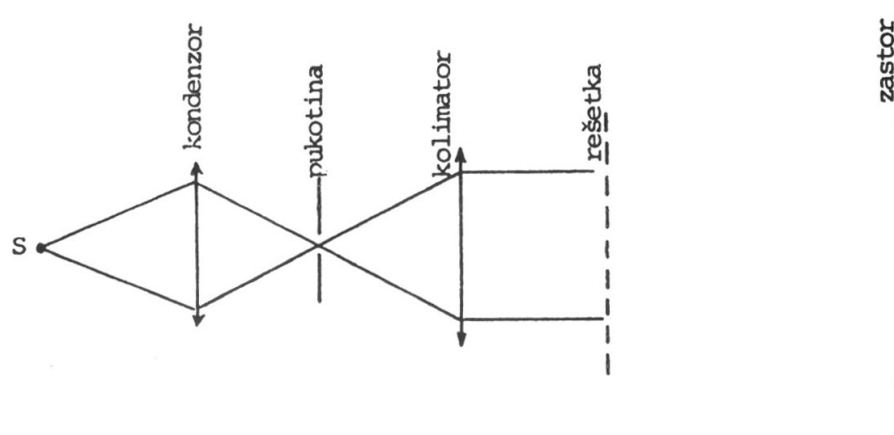
Osim ovih minimuma između susjednih glavnih maksimuma pojavljuje se $N - 1$ minimum zbog destruktivne interferencije valova iz pojedinih pukotina. Uvjet za ovaj minimum je:

$$\sin Nz = 0 \quad \text{ili} \quad d \sin \theta = \frac{m\lambda}{N}$$

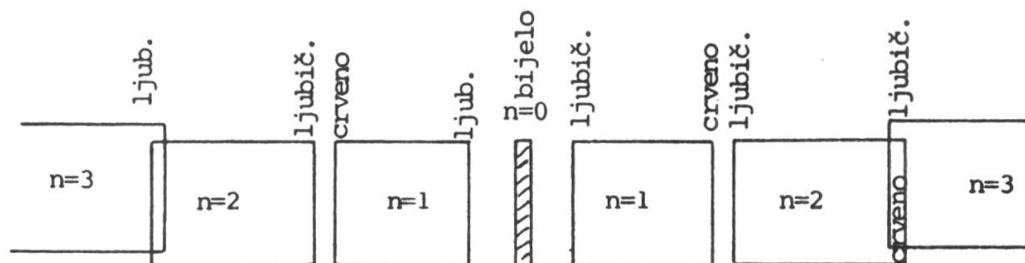
gdje je $m = 1, 2, \dots$ ali $\neq N, 2N, \dots$



Prostorna raspodjela intenziteta optičke rešetke



Shema pokusa s optičkom rešetkom



Spektri dobiveni optičkom rešetkom

Moć razlučivanja (rezolucija) optičke rešetke kaže kolika je minimalna razlika dviju valnih duljina ($\Delta\lambda$) koje rešetka može razlučiti. Definiira se kao omjer $\lambda/\Delta\lambda$.

Da bi rešetka razlučivala λ i $\lambda + \Delta\lambda$ mora maksimum m -tog reda valne duljine $\lambda + \Delta\lambda$ pasti baš na rub maksimuma za valnu duljinu λ , tj. na prvi minimum do tog maksimuma. (Ovo je Rayleighy-jev kriterij razlučivanja, vrijedi općenito). Prema tome moraju biti ispunjeni ovi uvjeti:

$$\text{uvjet maksimuma za } \lambda + \Delta\lambda: \quad d \sin \theta = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$\text{uvjet minimuma za } \lambda: \quad d \sin \theta = m\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

Izjednačujući ova dva uvjeta, dobivamo rezoluciju optičke rešetke:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

Moć razlučivanja rešetke proporcionalan je broju pukotina N i redu spektra m .

Kutna disperzija rešetke definira se izrazom $d\theta/d\lambda$. Može se izračunati deriviranjem relacije $d \sin\theta = n\lambda$:

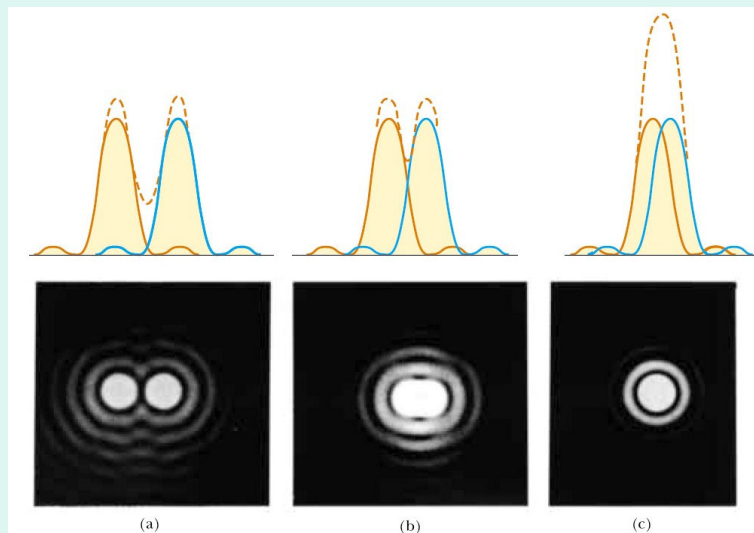
$$d \cos\theta d\theta = m d\lambda$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

Kutna disperzija proporcionalna je redu spektra, a obrnuto proporcionalna konstanti d .

Razlučivanje točkastih izvora:

Difrakcijski uzorci točkastih izvora: crtkana krivulja je rezultatni intenzitet;
 a) izvori su dobro razlučeni, b) izvori upravo zadovoljavaju Rayleigh-jev kriterij razlučivanja, c) izvori su tako blizu da difrakcijski uzorci nisu razlučeni.



Individual diffraction patterns of two point sources (solid curves) and the resultant patterns (dashed curves) for various angular separations of the sources. In each case, the dashed curve is the sum of the two solid curves. (a) The sources are far apart, and the patterns are well resolved. (b) The sources are closer together such that the angular separation just satisfies Rayleigh's criterion, and the patterns are just resolved. (c) The sources are so close together that the patterns are not resolved.

Difrakcija rentgenskih zraka na kristalu -Bragg-ov zakon

Općenito o rentgenskim zrakama (RZ)

W.C. Röntgen je 1895. godine u Würzburgu otkrio ove zrake. Budući da te zrake nije otklanjalo ni električno ni magnetsko polje, pretpostavljalo se da su te zrake valovi slične valovima svjetlosti. Ako bismo RZ puštali kroz optičku rešetku morali bi dobiti pojavu sličnu pojavi kada puštamo svjetlost kroz optičku rešetku. No pustimo li rentgenske zrake kroz OR ne vidimo ništa. Ovaj rezultat vodio je na zaključke: 1. ili RZ nemaju valnu prirodu ili 2. OR je pregruba za vrlo kratke valove RZ.

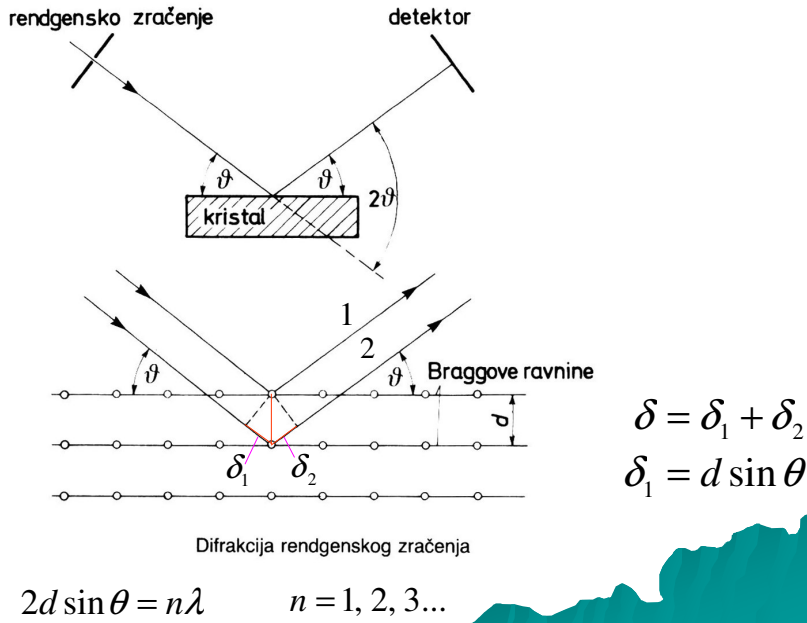
U 18. stoljeću postojala je ideja o pravilnom rasporedu atoma u kristalnoj rešetci. Razmak između atoma ili iona je vrlo malen i M. V. Laue je dao ideju da bi kristali ako su tako građeni morali poslužiti kao difrakcijska rešetka za rentgenske zrake. Kakva je ova rešetka? Kod optičke rešetke smo imali samo jedan niz pukotina. Kod optičke mrežice to je dvodimenzionalna rešetka, imati ćemo ogib u dva smjera, od svakog sistema rešetki po jedan. Trodimenzionalna ili prostorna rešetka je rešetka sastavljena od pravilno poredanih sitnih kuglica koje su dovoljno blizu jedna drugoj. Pustimo li zrake kroz takvu rešetku, ogibna slika na zastoru bit će kompliciranija nego kod dvodimenzionalne, a ovisiti će o rasporedu kuglica u prostornoj rešetci.

1912. g. W. Fridrich i P. Knipping načinili su po Laueovom prijedlogu taj pokus. Pustili su uski snop RZ na kristal a iza kristala stavili su fotografsku ploču. Na fotografskoj ploči dobili su pravilno poredane mrlje. Raspored tih mrlja ovisio je o rasporedu atoma, odnosno iona u kristalu. Dobija se Laueov dijagram. Analizirajući Laue- grame različitih kristala moglo se zaključiti na razmještaj atoma u dotičnom kristalu, Time su RZ postale važno oruđe u kristalografiji. Razmaci u kristalnoj rešetci su 0,1 do 1 nm.

W.H. BRAGG je difrakciju RZ rastumačio jednostavnije od Lauea. Dati ćemo njegov izvod. Paralelni pravci, na kojim se nalaze atomi, predstavljaju presjek mrežnih ravnina. Ako uski snop RZ pada na te ravnine, jedan dio tih zraka će se reflektirati, a ostale proći.

Zrake 1 i 2 međusobno interferiraju i na detektoru (ili fluorescentnom zastoru) dobiti ćemo maksimume intenziteta samo onda, ako te zrake zaostaju jedna za drugom za cjelobrojni višekratnik valne dužine λ (kao kod OR). Zraka 2 zaostaje za zrakom 1 za $2d \sin \theta$.

- d je razmak mrežnih ravnina,
- θ ogibni kut pod kojim se vide maksimumi intenziteta (pojačanja).



Crystalline structure of sodium chloride (NaCl). The blue spheres represent Cl^- ions, and the red spheres represent Na^+ ions. The length of the cube edge is $a = 0.562737$ nm.

Incident beam

Reflected beam

Upper plane

Lower plane

θ

θ

d

$d \sin \theta$

A two-dimensional description of the reflection of an x-ray beam from two parallel crystalline planes separated by a distance d . The beam reflected from the lower plane travels farther than the one reflected from the upper plane by a distance $2d \sin \theta$.

Kristalna struktura natrijevog klorida i dvodimenzionalni prikaz refleksije rentgenskog snopa zraka na dvjema paralelnim kristalnim ravninama.

- **SPEKTAR elektromagnetskih valova**

