

## VALOVI

### Uvod

Energija se može prenositi s jednog mjesta na drugo:

a) Gibanjem čestica (tijela)

b) Valovitim gibanjem

Postoje – mehanički valovi ( šire se kroz elastična sredstva )

Elektromagnetski valovi ( šire se kroz vakuum)

Longitudinalni →-----→ k titranje u smjeru širenja vala

Transverzalni ↑-----→ k titranje okomito na smjer  
širenja vala

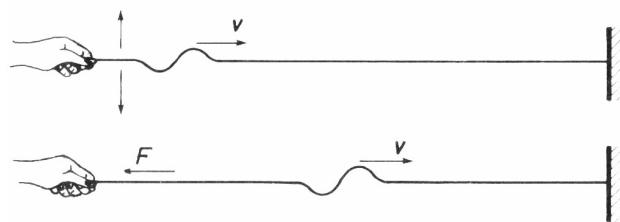
- PROGRESIVNI VAL- valni poremećaj se prenosi progresivnim valom dok čestice titraju oko svojih položaja ravnoteže. Tim poremećajem se prenosi energija

### • STOJNI VAL

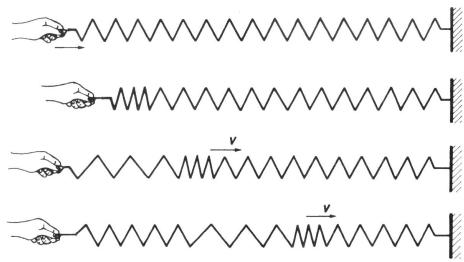
- Kuglasti val
- Ravni val

### REDOSLIJED POKUSA:

- Ravni val i kuglasti u kadici vode na grafoskopu;
- Zatim staviti folije s valnim frontama
- Pokazati pomoću zavojnica longitudinalni i transverzalni val
- stojni transverzalni val



a) Transverzalni val na užetu,



b) Longitudinalni val na opruzi

## Općenito

Energija se može prenositi s jednog mesta na drugo:

- a) Gibanjem čestica (tijela)
- b) Valovitim gibanjem

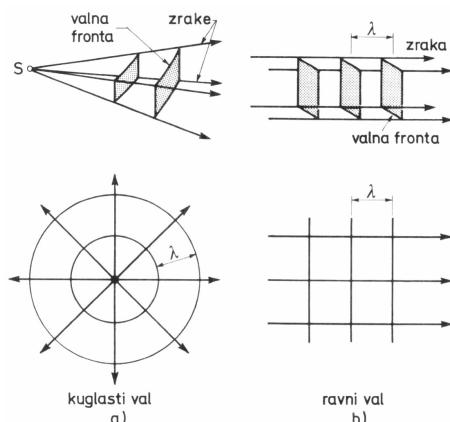
Prenošenje energije pomoću širenja deformacije u nekom sredstvu, a da se sredstvo kao cjelina pri tome ne giba je valovito gibanje. Primjer: Bacimo kamen u vodu, nastaju valovi, prenose deformaciju i energiju, čestice ne putuju s valom. Valovi na vodi sastoje se od progresivnog gibanja brijegeva i dolova. Čestice vode titraju oko svog položaja ravnoteže.

Valovi nastaju u izvoru vala. Izvor vala titra. Širenje tog titranja kroz neko sredstvo zove se val.

Mehanički valovi se šire kroz elastična sredstva, dok se elektromagnetski valovi šire kroz vakuum.

U elastičnim tvarima susjedne čestice su međusobno povezane elastičnim silama.

Pomak jedne od čestica iz položaja ravnoteže uzrokuje pomak i njoj susjednih čestica i tako val napreduje kroz sredstvo. Deformacija se ne prenosi trenutno, zbog inercije, nego konačnom brzinom. Čestice pri tome ne putuju kroz sredstvo, već samo deformacija i energija. Razlikujemo brzinu titranja čestica i brzinu titranja vala.



a) Kuglasti, b) ravni val

## POKUS:

### VALOVI NA VODI

U kadici na grafoskopu izlaze a) kuglasti valovi b) ravni valovi. Vide se jasno fronte vala udaljene u prostoru za jednu valnu duljinu.

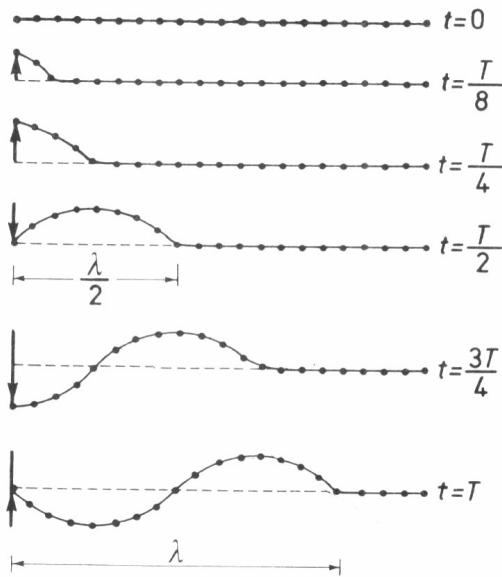
**MODEL VALA S KUGLICAMA-** Vidi se da kuglice stoje na svojim mjestima ( $x$ ) i zatitraju na svom mjestu u određeno vrijeme. Val – stanje titranja, putuje, a čestice ostaju na svome mjestu i harmonički titraju.

## TITRANJE NAPETE ŽICE- TRANSVERZALNI VAL

### Nastajanje vala

Izvor vala je na početku žice  $x = 0$ , i titra :

$$S(t) = A \sin 2\pi t/T,$$



Širenje vala iz izvora koji titra. Valna duljina.

$x$  je udaljenost točke od izvora vala. Točka na položaju  $x$  ima kašnjenje u titranju zadano razlikom u fazi  $\Delta\phi$  i  $t' = x/v$ .

$\Delta\phi = 2\pi x/\lambda$ . Za vrijeme jedne periode  $T$ , val prijeđe u prostoru jednu valnu

duljine  $\lambda$  faznom brzinom  $v$ :  $s(x,t) = A \sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$

Elongacija  $s(x,t)$  žice u vremenu je rješenje valne jednadžbe transverzalnog vala.

$$\lambda = vT,$$

ili, ako umjesto  $T$  pišemo  $\frac{1}{f}$ :

$$v = \lambda f$$

Na element žice dl djeluje sila  $F_s$  okomita na  $x$  itd.

Izvod valne jednadžbe za transverzalni val preskačemo.

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

Dobija se:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

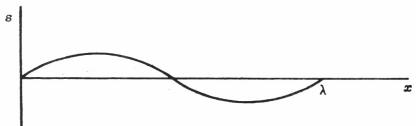
gdje je  $v^2 = F/\mu$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ );  $v$  je brzina širenja vala kroz žicu.

Rješenje valne jednadžbe je harmonički val. On zadovoljava gornju valnu jednadžbu.

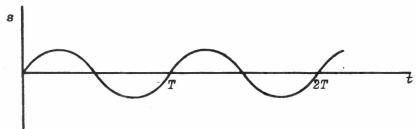
$$s(x,t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

$$s(x,t) = A \sin (\omega t - kx)$$

Slika  $s(x)$  za  $t=T$  (crtež 37)  
 $S(t)$  za  $x=0$  ( crtež 38) :



Crtež 37.



Crtež 38.

Čestica titra oko položaja ravnoteže :  $s(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$   
 $\phi_0 = \pi$        $kx = 2\pi/\lambda \cdot \lambda/2 = \pi$

Brzina titranja čestica sredstva je :  $\partial s / \partial t = A \omega \cos(\omega t + \phi_0)$

### • REFLEKSIJA VALOVA

Val pada na granicu dva sredstva ;  $\mu = dm/dx$  je masa jedinice duljine.

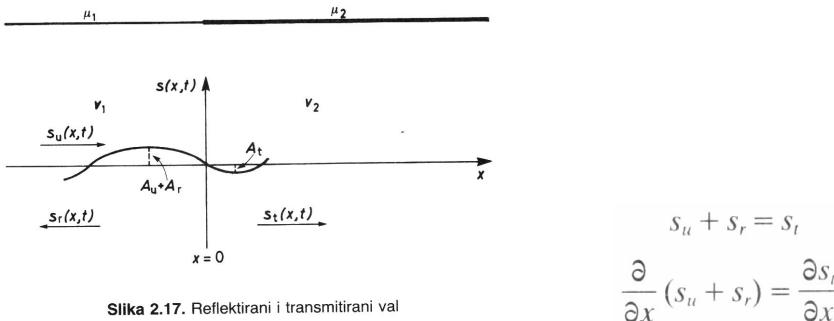
Jednadžbe upadnog  $s_u(x,t)$ , reflektiranog  $s_r$  i transmitiranog  $s_t$  vala su:

$$s_u(x, t) = A_u \sin \left( t \frac{x}{v_1} \right)$$

$$s_r(x, t) = A_r \sin \left( t + \frac{x}{v_1} \right)$$

$$s_t(x, t) = A_t \sin \left( t - \frac{x}{v_2} \right)$$

Val  $s_u(x,t)$  je u smjeru  $+x$ -osi, a reflektirani  $s_r(x,t)$  u smjeru  $-x$ -osi.



Za  $x=0$ , gornje relacije koje su 1. i 2. rubni uvjet daje:

$$s_u = A_u \sin \omega t, \quad s_r = A_r \sin \omega t \quad i \quad s_t = A_t \sin \omega t \quad A_u + A_r = A_t$$

Iz gornjih jednadžbi se dobija:

$$\frac{A_u - A_r}{v_1} = \frac{A_t}{v_2} \quad A_r = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} A_u \quad A_t = \frac{2 v_2}{v_1 + v_2} A_u$$

**1. Refleksija na gušćem sredstvu , masa žice  $\mu_1 < \mu_2$** , te je brzina u prvom sredstvu veća nego u drugome,  $v_1 > v_2$ , zbog ovisnosti

$$v_1 = \sqrt{F/\mu_1}$$

Iz relacije za amplitudu  $A_r = -A_t$ , uz uvjet da je  $v_2 = 0$  i  $A_t = 0$  (val ne prelazi u drugo sredstvo!), dobivamo izraze za upadni i reflektirani val. Reflektirani val ima negativnu amplitudu i zaostaje za upadnim za  $\Delta\phi = \pi$ , odnosno  $\Delta x = \lambda/2$

$$s_u = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v_1} \right)$$

$$s_r = -A \sin \omega \left( t + \frac{x}{v_1} \right)$$

**2. Refleksija na rjeđem sredstvu  $\mu_1 > \mu_2$        $v_2 > v_1$**

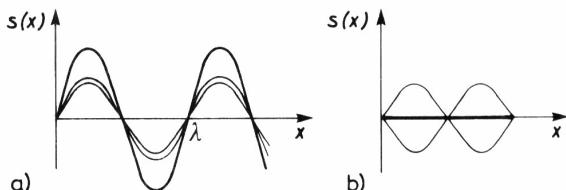
$A_r = A_i$ ,  $v_2 = 0$      $A_t = 0$ , reflektirani val nema skoka u fazi te su elongacije upadnog i reflektiranog vala dane:

$$s_u = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v_1} \right)$$

$$s_r = A \sin \omega \left( t + \frac{x}{v_1} \right)$$

### • STOJNI VAL

Pojačanje (a) i poništenje valova (b) iste valne duljine i frekvencije prikazana je na slici:



a) Konstruktivna, b) destruktivna interferencija

Interferencija je superpozicija valova iste frekvencije.

Stojni val je interferencija dvaju valova jednake amplitude  $A$  i valne duljine  $\lambda$ , koji putuju jedan prema drugome na istom pravcu, i interferiraju u jednom dijelu prostora primjerice na duljini  $L$ .

$$s_u = A \sin (\omega t + kx)$$

$$s_r = A \sin (\omega t - kx + \pi) = -A \sin (\omega t - kx)$$

$$s = s_u + s_r = A \{\sin (\omega t + kx) - \sin (\omega t - kx)\}$$

Sređivanjem, stojni val se može pisati:

$$s = 2A \sin kx \cos \omega t$$

gdje je  $A(x) = 2A \sin kx$

Točke koje stalno miruju su na mjestima  $A(x) = 0$ . To su čvorovi

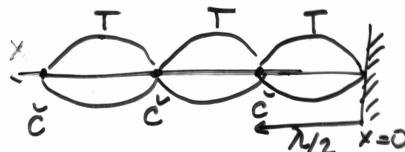
$\sin kx = 0$  znači da je  $kx = n\pi$ , ( $k = 2\pi/\lambda$ ) odnosno  $x = n\lambda/2$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$

Prvi čvor je na čvrstom kraju, drugi na  $\lambda/2$  od čvrstog kraja, zatim  $\lambda$ ,  $3\lambda/2$  .....

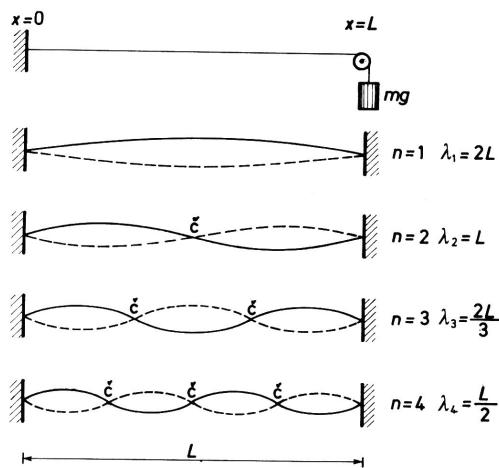
Trbusi su mesta na kojima je:  $\sin kx = \pm 1$ . tada je amplituda  $A(x) = 2A$

$2\pi x/\lambda = (2n+1)\pi/2$ . Tada je  $x = (2n+1)\lambda/4$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$

Na  $x = \lambda/4$  nalazi se prvi trbuš  $T$   
na  $x = \lambda/2$  nalazi se prvi čvor  $\check{C}$ .



### TITRANJE NAPETE ŽICE UČVRŠĆENE na 2 kraja $x=0$ i $x=L$



$s(x=0, t) = 0$        $s(x=L, t) = 0$  .... Na ovim položajima je žica učvršćena i tu su čvorovi .  
Dobija se:

$$\sin kL = 0 \quad kL = n\pi \quad L = n\lambda/2 \quad \lambda = 2L/n \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$n=1 \quad \lambda = 2L; \quad n=2 \quad \lambda = L; \quad n=3 \quad \lambda = 2L/3$$

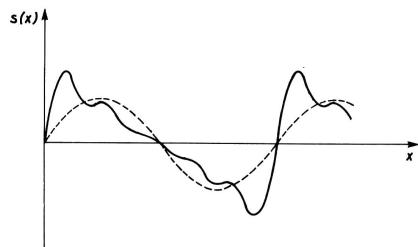
$$\lambda f = v \quad 2L/n = v/f$$

$f_n = n v / 2L$  Ima  $n$ -vlastitih frekvencija;  $f_1$  je osnovna frekvencija.

$$f_n = nv/2L = n/2L \sqrt{F/\mu}$$

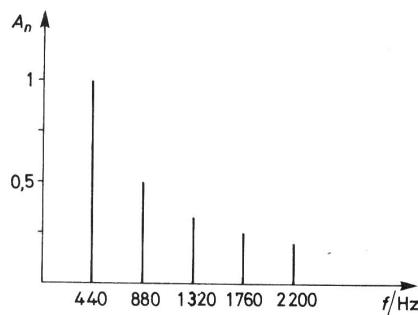
Kada zatitramo napetu žicu, ona će titrati s više vlastitih frekvencija. Valna funkcija koja opisuje pomak čestica žice je supepozicija svih vlastitih titraja:

$s(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x$ . Ovo je razvoj u Fourierov red funkcije  $s(x,t)$ . Boja tona ovisiti će o primjesama viših harmonika tj. o relativnoj veličini pojedinih  $A_n$  i  $B_n$



Slika 2.21. Zvučni val koji uz osnovni ton ima i više harmonike. a) Oblik zvučnog vala,

↑a) b)↓



Na slici 2.21 a) prikazan je oblik zvučnog vala frekvencije  $f_0 = 440$  Hz (crtkana krivulja) i zvučni val sa udjelom viših harmonika sa slike b) (puna krivulja).

#### POKUSI:

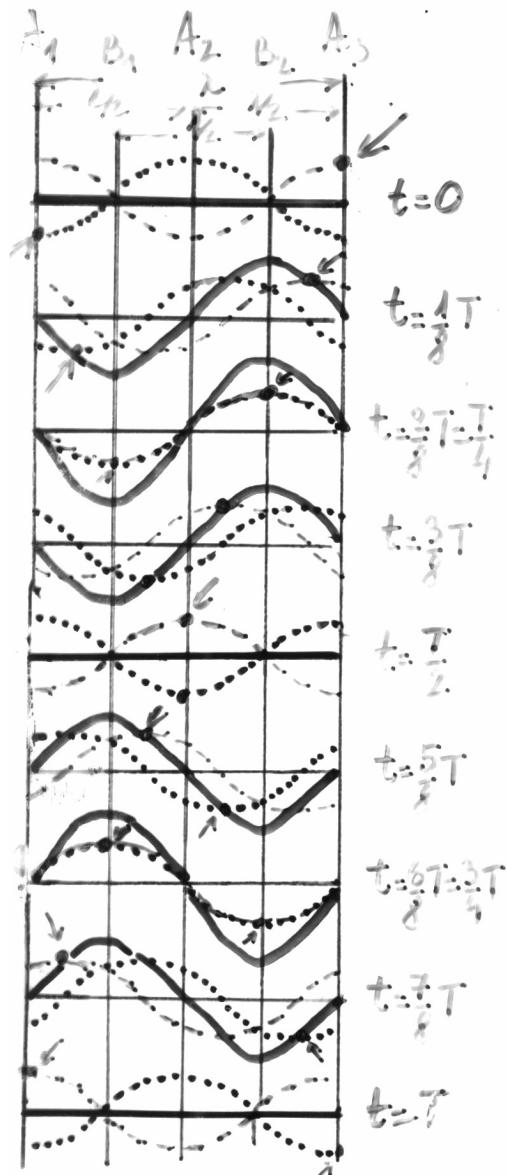
**STOJNI VALOVI NA RASTEZLJIVOJ NITI. RASTEZANJEM SE MOZE DOBITI ODREDENI BROJ TRBUHA I ČVOROVA. ČVOROVI SU NA KRAJEVIMA.** Natezanjem niti se mijenja sila naprezanja koja određuje brzinu vala v. Duljina žice na kojoj transverzalni stojni valovi nastaju je vešekratnik polovice valne duljine :  $L = n \lambda / 2$

**GEOFON- REGISTRIRANJE ZVUČNIH VALOVA** koji se šire kroz zemlju pomoću geofona.

**GLAZBENA VILJUŠKA- ZVUČNI VAL** b) dvije glazbene viljuške. Udari se dobro čuju, ako na jednu od njih stavimo malu guminicu ( time smo malo promijenili frekvenciju titranja za  $\Delta f$ . Frekvencija titranja viljuške je  $f_0 = 440$  Hz.)

- Nastajanje stojnog vala

Na prikazanoj slici treba gledati rezultantni val:  
vidi se da su  $B_1, B_2$  uvijek u titranju....TRBUSI,  
 $A_1, A_2, A_3$  su čvorovi rezultantnog vala, osim za  $T/2, T$  i  $t=0$



**Domaća zadaća:**

1. Na mm papiru skicirati nastajanje stojnog vala u razna vremena, tokom jednog perioda  $T$ ! Koristite gore danu sliku.